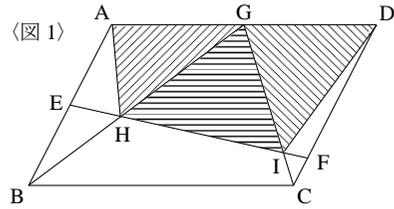


熟技 70 辺の比と相似 ~相似~

問題

図 1 の四角形 $ABCD$ は平行四辺形であり、点 E, F, G はそれぞれ辺 AB, CD, DA 上の点で、 $AE = EB, AG = GD, DF : FC = 4 : 1$ です。また、点 H は EF と BG の、点 I は EF と CG の交わる点です。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 辺 DA を延長した直線と、 FE を延長した直線の交わる点を P とします。また、辺 BC を延長した直線と、 EF を延長した直線の交わる点を Q とします。このとき、 $PA : AD$ と $BC : CQ$ を求めなさい。
- (2) $GH : HB$ と $GI : IC$ を求めなさい。
- (3) 三角形 AHG と三角形 GHI と三角形 GID の面積の比を求めなさい。 (開成中) ©

解答らん

解

(1) <PA : AD>

PA : AD = PA : (PD - PA)より, PA : PD がわかればよい。**【熟技 70】** 1より, 右の図の三角形 PAE と三角形 PDF の相似に注目する。

FC = ① とすると, DF = ④, AB = DC = ① + ④ = ⑤, AE = ⑤ ÷ 2 = ②.5 となる。

PA : PD = AE : DF = 2.5 : 4 = 5 : 8 とわかるので,

$$PA : AD = 5 : (8 - 5) = 5 : 3 \quad \text{【答】 } 5 : 3$$

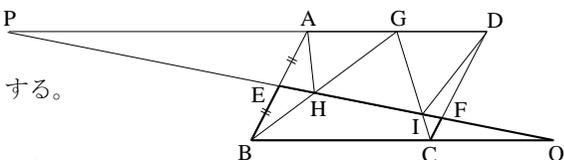
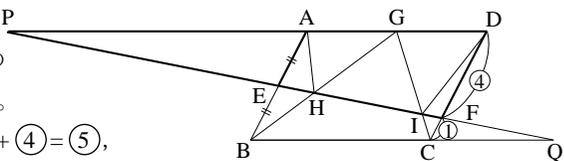
<BC : CQ>

BC : CQ = (BQ - CQ) : CQ より, BQ : CQ がわかればよい。**【熟技 70】** 1より, 右の図の三角形 QCF と三角形 QBE の相似に注目する。

FC = ① のとき, EB = ②.5 より,

BQ : CQ = EB : FC = 2.5 : 1 = 5 : 2 とわかるので,

$$BC : CQ = (5 - 2) : 2 = 3 : 2 \quad \text{【答】 } 3 : 2$$



(2) <GH : HB>

【熟技 70】 1より, 右の図の三角形 GHP と三角形 BHQ の相似に注目する。

(1) より, BC = ③ とすると, CQ = ②,

AG = ③ ÷ 2 = ①.5 となる。また, 三角形 AEP

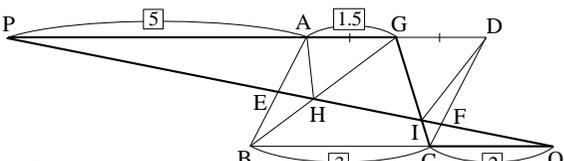
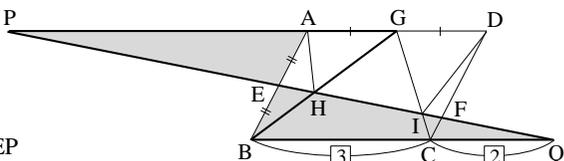
と三角形 BEQ は合同なので, AP = BQ = ③ + ② = ⑤ となる。以上より,

$$GH : HB = GP : BQ = (1.5 + 5) : 5 = 6.5 : 5 = 13 : 10 \quad \text{【答】 } 13 : 10$$

<GI : IC>

【熟技 70】 1より, 右の図の三角形 GIP と三角形 CIQ の相似に注目する。

$$GI : IC = GP : CQ = (1.5 + 5) : 2 = 6.5 : 2 = 13 : 4$$



(3) 三角形 ABG : 三角形 GBC : 三角形 GCD = AG : BC : GD = 1 : 2 : 1 となることおよび **【熟技 65】**,

【熟技 67】 を利用し, それぞれの三角形が三角形 ABG の面積の何倍となるかを考える。

$$\text{三角形 AHG} = \text{三角形 ABG} \times \frac{GH}{GB} = \text{三角形 ABG} \times \frac{13}{23}$$

$$\text{三角形 GHI} = \text{三角形 GBC} \times \frac{GH \times GI}{GB \times GC} = \text{三角形 GBC} \times \frac{13 \times 13}{23 \times 17} = \text{三角形 ABG} \times 2 \times \frac{13 \times 13}{23 \times 17}$$

$$\text{三角形 GID} = \text{三角形 GCD} \times \frac{GI}{GC} = \text{三角形 GCD} \times \frac{13}{17} = \text{三角形 ABG} \times \frac{13}{17}$$

以上より, 求める三角形の面積比は,

$$\frac{13}{23} : 2 \times \frac{13 \times 13}{23 \times 17} : \frac{13}{17} = \frac{13 \times 17}{23 \times 17} : \frac{2 \times 13 \times 13}{23 \times 17} : \frac{13 \times 23}{23 \times 17} = 17 : (2 \times 13) : 23 = 17 : 26 : 23$$

通分する

23 × 17 倍し, 13 で割る

【答】 17 : 26 : 23