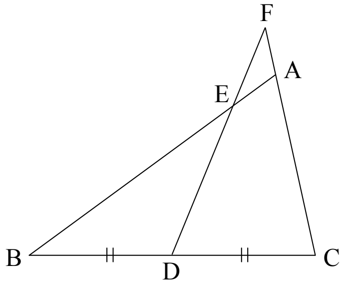
塾技 69　平行線と相似　～相似～

問題

右の図のような三角形 ABC と三角形 FDC があり，点 D を辺 BC のちょうど真ん中にとります。辺 AB と辺 DF の交点を E とすると，DE : EF = 3 : 1 です。次の問いに答えなさい。



(1) CA : AF を最も簡単な整数の比で表すと，

CA : AF = $\boxed{}$: $\boxed{}$ です。

(2) (三角形 ABC の面積) : (三角形 CDF の面積)を最も簡単な整数の比で表すと，

(三角形 ABC の面積) : (三角形 CDF の面積) = $\boxed{}$: $\boxed{}$ です。

(栄東中) B

解答らん

(解答は次ページ)

解

（1）D を通って AB に平行な直線を引き，FC との交点を G とする。

下の図 1 で，三角形 CDG と三角形 CBA は 塾技 69 **2**（1）のピラミッド型の相似となる。

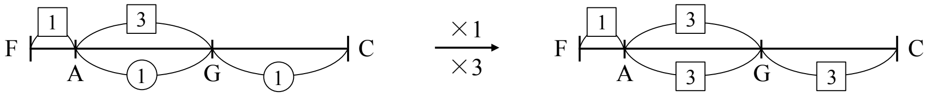
ここで， 塾技 69 **1** より，辺の比を平行線によって他の辺に移すと，

AG : GC = BD : DC = 1 : 1 …①

同様に，図 2 で，三角形 FEA と三角形 FDG はピラミッド型の相似となり，

FA : AG = FE : ED = 1 : 3 …②

①，②を用いて， 塾技 71 の連比を考えると，



右側の線分図より，CA : AF = 6 : 1 と求められる。 答 **6，1**

図 1

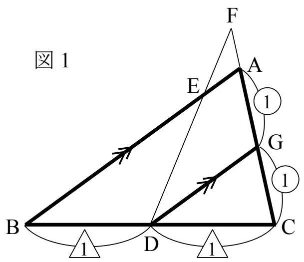
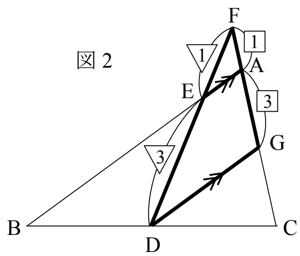


図 2



【別解】メネラウスの定理より，

$$\frac{BD}{CB}\times\frac{EF}{DE}\times\frac{AC}{FA}=1 \qquad \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{AC}{FA}=1 \qquad \frac{1}{6}\times\frac{AC}{FA}=1 \qquad AC:FA=6:1$$

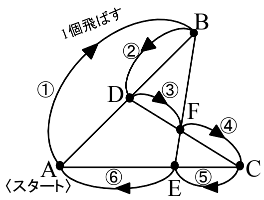
（2）三角形 ABC と三角形 CDF は，ともに角 C が等しいので， 塾技 67 より，

三角形 ABC : 三角形 CDF = (CB × CA) : (CD × CF) = (2 × 6) : (1 × 7) = 12 : 7 答 **12，7**

メネラウスの定理

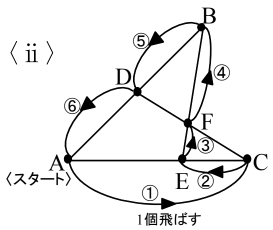
下の図のような四角形（糸きりばさみ型！）で利用できる考え方で，通る辺により，〈ⅰ〉と〈ⅱ〉の **2 通りの表し方**がある。

〈ⅰ〉



$$\frac{BD(②)}{AB(①)}\times\frac{FC(④)}{DF(③)}\times\frac{EA(⑥)}{CE(⑤)}=1$$

〈ⅱ〉



$$\frac{CE(②)}{AC(①)}\times\frac{FB(④)}{EF(③)}\times\frac{DA(⑥)}{BD(⑤)}=1$$

上の図の**頂点 A からスタートし，全ての点を 1 回だけ通り再び頂点 A にもどる**。そのとき，**最初の点だけは 1 個飛ばす**のがポイント。各点を通る順番通りに分数で表したものをかけ合わせると，必ず 1 になる。**〈ⅰ〉を使うか〈ⅱ〉を使うかは，求めたい辺の比がどこか**によって決まる。例えば，DF : FC を求めたければ，〈ⅱ〉では通らないので〈ⅰ〉を使う。