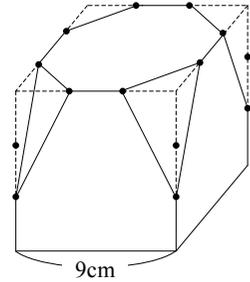


塾技 51 切断③ ~立体図形~

※問題②の解答の一部に相似の内容を含みます。

問題 1 右の図は、1 辺の長さが 9cm の立方体の 4 つの頂点から、同じ形の 4 個の三角すいを切り取ったものです。図の ● は各辺を 3 等分する点です。このとき、次の各問いに答えなさい。

- (1) この立体の体積は何 cm^3 ですか。
- (2) この立体の表面積は何 cm^2 ですか。

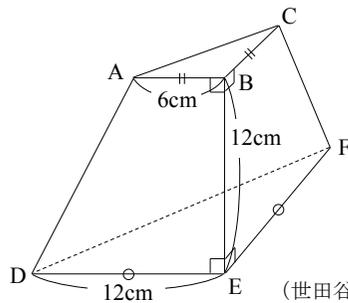


(専修大松戸中) **A**

解答らん

問題 2 右の図のような立体があります。三角形 ABC、三角形 DEF は直角二等辺三角形でその面はたがいに平行です。この立体を A、C、E を通る平面で切って 2 つの立体に分けました。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 大きい方の立体の体積は何 cm^3 ですか。
- (2) 大きい方の立体の表面積は何 cm^2 ですか。



(世田谷学園中) **B**

解答らん

解 1

(1) 右の図のように、1つの三角すいの頂点を決める。

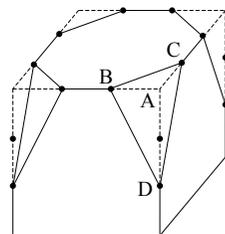
三角すい D-ABC の体積は、底面を三角形 ABC、高さを AD と考え、

$$3 \times 3 \div 2 \times 6 \times \frac{1}{3} = 9(\text{cm}^3)$$

求める体積は、1辺 9cm の立方体から 4 つの合同な三角すいを引き、

$$9 \times 9 \times 9 - 9 \times 4 = 693$$

答 693cm^3



(2) 例えば (1) で頂点を決めた三角すいを 1 個切り取ると、切り取る前の立方体の表面積に比べて、三角形 ABC と三角形 ABD と三角形 ACD の面積の分だけ減り、三角形 BCD の面積の分だけ増える。

ここで、図 1 のように 1 辺 6cm の正方形を考えると、

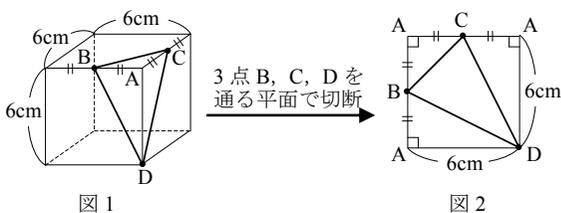
熟技 51 1 より、図 2 を考えることで三角形 BCD の面積を求めることができる。

さらに **熟技解説** より、その面積は 1 辺 6cm の正方形の面積の $\frac{3}{8}$ 倍とわかるので、三角すいを 1 個切り取ったときの表面積の減少分は、

$$3 \times 3 \div 2 + 6 \times 3 \div 2 \times 2 - 6 \times 6 \times \frac{3}{8} = 9(\text{cm}^2)$$

以上より、求める表面積は、 $9 \times 9 \times 6 - 9 \times 4 = 450(\text{cm}^2)$

答 450cm^2



解 2

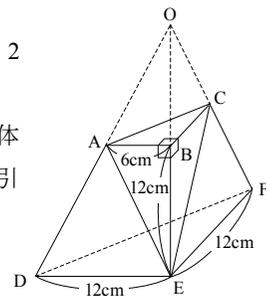
(1) 右の図のように頂点 O を考える。

三角形 OAB と三角形 ODE は相似で、 $OB : OE = AB : DE = 6 : 12 = 1 : 2$ となるので、 $OB : BE = 1 : 1$ となり、 $OB = BE = 12\text{cm}$ とわかる。

一方、三角すい E-ABC と三角すい O-ABC は合同となるので、求める立体の体積は、三角すい O-DEF の体積から三角すい O-ABC の体積 2 つ分を引けばよい。よって、

$$12 \times 12 \div 2 \times 24 \times \frac{1}{3} - \left(6 \times 6 \div 2 \times 12 \times \frac{1}{3} \right) \times 2 = 576 - 144 = 432(\text{cm}^3)$$

答 432cm^3



(2) 求める表面積は、(1) の図の、三角形 ADE と三角形 CEF と三角形 DEF と三角形 AEC と台形 ADCF の面積の和となる。三角形 ADE と三角形 CEF と三角形 DEF の面積は全て同じ大きさで、その大きさは、 $12 \times 12 \div 2 = 72(\text{cm}^2)$ となる。一方、三角形 AEC は三角形 AOC と合同なので、三角形 AEC と台形 ADCF の面積の和は、三角形 ODF の面積と等しくなる。

熟技 51 1 および **熟技解説** より、三角形 ODF の面積は右の図の 1 辺 24cm の正方形の面積の $\frac{3}{8}$ 倍となるので、 $\text{三角形 ODF} = 24 \times 24 \times \frac{3}{8} = 216(\text{cm}^2)$ とわかる。

以上より、求める表面積は、

$$72 \times 3 + 216 = 432(\text{cm}^2)$$

答 432cm^2

