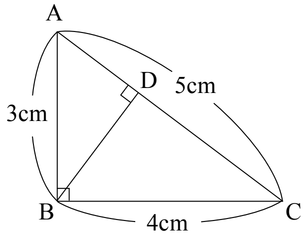
塾技 48　回転体　～立体図形～

問題1 右の図のような3辺の長さが AB = 3cm，BC = 4cm，CA = 5cm の直角三角形 ABC があります。



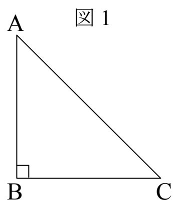
(1) 点 B から辺 CA に引いた垂線(すいせん)BD の長さは何 cm ですか。

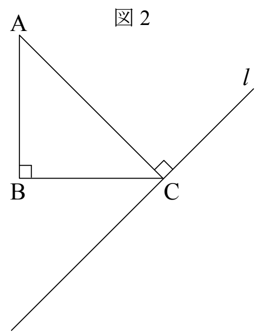
(2) この三角形を直線 AB のまわりに1回転してできる立体と，直線 BC のまわりに1回転してできる立体と，直線 CA のまわりに1回転してできる立体を作ります。3つの立体の体積について，最も大きいものと最も小さいものの差は何 cm^3 になりますか。ただし，円周率は 3.14 とします。

（早稲田中）A

解答らん

問題2 図1の三角形 ABC は，辺 AC が 6cm の直角二等辺三角形です。次の問いに答えなさい。ただし，円周率は 3.14 とします。





注意　円すいの体積は，(底面積) × (高さ) ÷ 3 で求めることができます。

(1) 三角形 ABC を，辺 AC の周りに1回転してできる立体の体積は何 cm^3 ですか。

(2) 図2のように，点 C を通り，辺 AC に垂直な直線 l を考えます。このとき，三角形 ABC を，直線 l の周りに1回転してできる立体の体積は何 cm^3 ですか。

（立教女学院中）A

解答らん

（解答は次ページ）

解 1

(1) 塾技 30 **1** より，三角形 ABC の底辺と高さを変えて面積を 2 通りに表せばよい。

BC を底辺，AB を高さと考えると，三角形 ABC の面積は，$4\times3\div2=6(\mathrm{cm}^2)$ とわかる。

一方，AC を底辺，BD を高さと考えても面積は変わらないので，

$5\times\mathrm{BD}\div2=6$　　$\mathrm{BD}=6\times2\div5=2.4(\mathrm{cm})$

答 **2.4cm**

(2) 図 1 より，AB のまわりに 1 回転してできる立体の体積は，$4\times4\times3.14\times3\times\frac{1}{3}=16\times3.14(\mathrm{cm}^3)$

図 2 より，BC のまわりに 1 回転してできる立体の体積は，$3\times3\times3.14\times4\times\frac{1}{3}=12\times3.14(\mathrm{cm}^3)$

図 3 より，CA のまわりに 1 回転してできる立体の体積は，$\underbrace{2.4\times2.4\times3.14\times5\times\frac{1}{3}}_{※}=9.6\times3.14(\mathrm{cm}^3)$

以上より，求める体積は，$16\times3.14-9.6\times3.14=(16-9.6)\times3.14=6.4\times3.14=20.096(\mathrm{cm}^3)$

答 **20.096cm³**

図 1

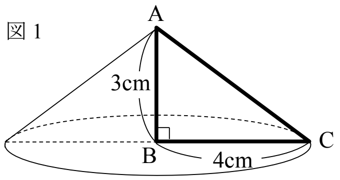


図 2

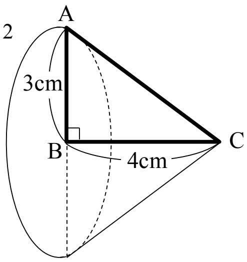
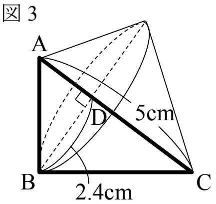


図 3



※の説明

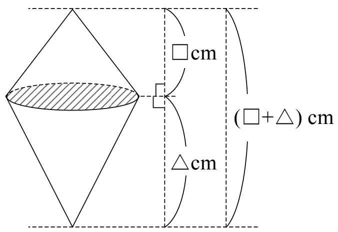
右の図のように，底面積が等しい 2 つの円すいを，

上下 2 つはり合わせた形の立体の体積は，

高さをひとまとめにして，

$\text{底面積}\times(\square+\triangle)\times\frac{1}{3}$

で求めることができる。



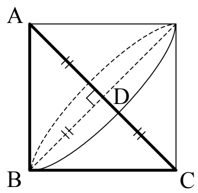
解 2

(1) 右の図のように点 D を考える。三角形 ABD は直角二等辺三角形となるので，

$\mathrm{BD}=\mathrm{AD}=\mathrm{AC}\div2=6\div2=3\ (\mathrm{cm})$

問題①の※より，求める立体の体積は，

$3\times3\times3.14\times6\times\frac{1}{3}=18\times3.14=56.52(\mathrm{cm}^3)$　答 **56.52cm³**



(2) 右の図のように点 O を考えると，求める立体の体積は，

三角形 AOC を回転させたときにできる円すいの体積から，

三角形 BOC を回転させたときにできる立体の体積を引けば

よいことがわかる。ここで，三角形 BOC を回転させたとき

にできる立体の体積は，(1) の体積と等しくなるので，

$6\times6\times3.14\times6\times\frac{1}{3}-18\times3.14$

$=(72-18)\times3.14$

$=54\times3.14=169.56(\mathrm{cm}^3)$　答 **169.56cm³**