（1）**2の倍数の判定法は　→** $\boxed{\textbf{1の位が0又は偶数}}$

（例題）1～5までの5つの数字を使って3ケタの数をつくるとき、2の倍数は何通りできるか。

（解）一の位の数は2､4の2通り。十の位は一の位の数以外の4通り。百の位は一の位と十の位の数以外の3通りあるので、2×4×3＝<u>24通り</u>

（2）**5の倍数の判定法は　→** $\boxed{\textbf{1の位が0又は5}}$

（例題）1～9までの9個の数字を使って3ケタの数をつくるとき、5の倍数は何通りできるか。

（解）一の位の数は5の1通り。十の位は一の位の数以外の8通り。百の位は一の位と十の位の数以外の7通りあるので、
1×8×7＝<u>56通り</u>

（3）**4の倍数の判定法は　→** $\boxed{\textbf{下2ケタが00又は4の倍数}}$

（例題）5ケタの数、32□□8が4の倍数となるときの、最小の5ケタの数は。

（解）下2ケタが4の倍数ならいいので、最小の5ケタの数は、<u>32008</u>

（4）**3の倍数の判定法は　→** $\boxed{\textbf{各位の数の和が3の倍数}}$

（例題）5ケタの数、43□26が3の倍数となるとき、□に入る数を全て求めよ。

（解）4＋3＋□＋2＋6＝15＋□ が3の倍数となればよいので、<u>□＝0､3､6､9</u>

（5）**9の倍数の判定法は　→** $\boxed{\textbf{各位の数の和が9の倍数}}$

（例題）3ケタの数5□5が9の倍数となるときの、□に入る数を求めよ。

（解）5＋□＋5＝10＋□ が9の倍数となればよいので、<u>□＝8</u>

（6）**11の倍数の判定法は　→** $\boxed{\textbf{1の位から左に向かって奇数番目の位の数の和と偶数番目の位の数の和との差が0又は11の倍数}}$

（例題）8ケタの数4□870084が11で割り切れるとき、□に入る数を求めよ。

（解）奇数番目の数の和＝4＋0＋7＋□＝11＋□
偶数番目の数の和＝8＋0＋8＋4＝20　　11＋□≦20より，
20－(11＋□)＝0 又は11の倍数となればよいので，□＝<u>9</u>

（7）**2つの自然数A及びBの最大公約数をG、最小公倍数をLとしたとき、A､B及びG､Lの間に成り立つ関係は　→** $\boxed{AB = GL}$

（例題）2つの自然数48とAの最大約数が24、最小公倍数が144のとき、Aを求めよ。

（解）48×A＝24×144
A＝3456÷48＝<u>72</u>

（8）**素因数分解の形が、$x^a y^b z^c$となる整数の約数の個数は　→** $\boxed{(a+1)\times(b+1)\times(c+1)\text{個}}$

（例題）240の約数の個数は。

（解）$240 = 2^4\times3^1\times5^1$ より
$(4+1)\times(1+1)\times(1+1) = \underline{20\text{個}}$

（9）$(x+a)(x+b) = \boxed{x^2+(a+b)x+ab}$

（例題）$(2a-b)(2a+3b)$を展開せよ。

（解）$(2a-b)(2a+3b)$
$= (2a)^2+(-b+3b)\times2a+(-b)\times3b$
$= \underline{4a^2+4ab-3b^2}$

（10）$(a+b)^2 = \boxed{a^2+2ab+b^2}$

（例題）$(3x+y)^2$を展開せよ。

（解）$(3x+y)^2$
$= (3x)^2+2\times3x\times y+y^2$
$= \underline{9x^2+6xy+y^2}$

（11）$(a-b)^2 = \boxed{a^2-2ab+b^2}$

（例題）$(ab-2c)^2$を展開せよ。

（解）$(ab-2c)^2$
$= (ab)^2-2\times ab\times2c+(2c)^2$
$= \underline{a^2b^2-4abc+4c^2}$

（12）$(a+b)(a-b) = \boxed{a^2-b^2}$

（例題）$(3x+2y)(3x-2y)$を展開せよ。

（解）$(3x+2y)(3x-2y)$
$= (3x)^2-(2y)^2$
$= \underline{9x^2-4y^2}$

（13）$(a+b+c)^2 = \boxed{a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca}$

（例題）$(x-y+3)^2$ を展開せよ。

（解）$(x-y+3)^2$
$= x^2+(-y)^2+3^2+2\times x\times(-y)+2\times(-y)\times 3+2\times 3\times x$
$= \underline{x^2+y^2+9-2xy-6y+6x}$

（14）**2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の 2 つの解は** → $\boxed{x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ \textbf{(解の公式)}}$

（例題）$3x^2+2x-5=0$ を解け。

（解）$3x^2+2x-5=0$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times 3\times(-5)}}{2\times 3}$$
$$=\frac{-2\pm\sqrt{64}}{6}=\frac{-2\pm 8}{6}=\underline{1,-\frac{5}{3}}$$

（15）**2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の 2 つの解をそれぞれ α、β とすると、2 つの解の和($\alpha+\beta$)及び 2 つの解の積($\alpha\beta$)は** → $\boxed{\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}、\ \alpha\beta=\dfrac{c}{a}}$ **(解と係数の関係)**

（例題）2 次方程式 $x^2-ax-b=0$ の解が、$x=2\pm\sqrt{2}$ のとき、a、b の値を求めよ。

（解）解と係数の関係より、

$-\dfrac{-a}{1}=(2+\sqrt{2})+(2-\sqrt{2})$ → $\underline{a=4}$

$\dfrac{-b}{1}=(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})$ → $\underline{b=-2}$

（16）**$y=ax^2$ において、x の値が α から β まで変化するときの変化の割合は** → $\boxed{a(\alpha+\beta)}$

（例題）$y=\dfrac{1}{3}x^2$ において、x の値が n から $n-2$ まで変化するときの変化の割合が 4 のとき、n の値は。

（解）$\dfrac{1}{3}(n+n-2)=4$ より

$2n-2=12$

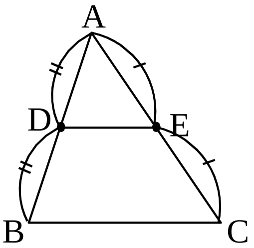
$\underline{n=7}$

（17）**放物線 $y=ax^2$ に直線が 2 点 A、B で交わっているとき、A、B の x 座標をそれぞれ α、β とすると、直線 AB の傾き及び y 切片は** → $\boxed{\begin{array}{l}\textbf{傾き}=a(\alpha+\beta)\\ y\ \textbf{切片}=-a\alpha\beta\end{array}}$

（例題）$y=-2x^2$ に、直線が 2 点 A、B で交わっている。A、B の x 座標がそれぞれ-3 と 1 のとき、直線 AB の式は。

（解）求める直線 AB の
傾き$=-2(-3+1)=4$
y 切片$=-(-2)\times(-3)\times 1=-6$
$\underline{y=4x-6}$

（18）

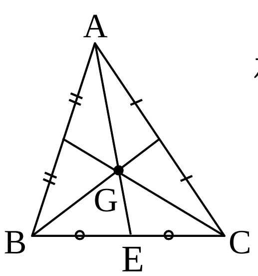


左図で成り立つ 2 つのことは（中点連立定理） → $\boxed{\begin{array}{l}①\mathbf{DE}\,/\!/\,\mathbf{BC}\\ ②\mathbf{DE}=\dfrac{1}{2}\mathbf{BC}\end{array}}$

（例題）上の図で、DE // BC となることを証明せよ。

（解）△ADE と△ABC において、
AD：AB = AE：AC = 1：2（仮定）…①
∠A は共通…②
①、②より、2 辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、△ADE∽△ABC。
よって、∠ADE =∠ABC…③
③より、同位角が等しいので、DE // BC である。

（19）

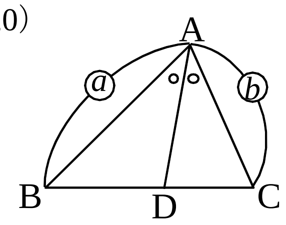


左図で成り立つ 2 つのことは（重心 G の性質は） → $\boxed{\begin{array}{l}①\textbf{3 本の中線をそれぞれ 2：1 に分ける}\\ ②\textbf{面積を 6 等分する}\end{array}}$

（例題）上の図で、AE = 8 のとき、GE の長さを求めよ。

（解）G は△ABC の重心より、
$AG:GE=2:1$
$GE=\dfrac{1}{3}AE=\underline{\dfrac{8}{3}}$

(20)



左図において、成り立つことは
（角の二等分線の性質）

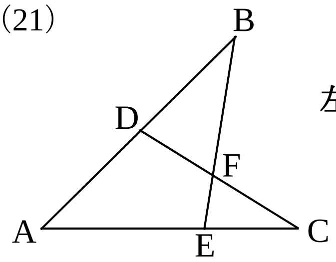
→ $\boxed{\mathbf{AB : AC = BD : DC} = \boldsymbol{a : b}}$

（例題）上の図で、AB = 6cm、AC = 4cm、BC = 8cm のとき、
BD の長さを求めよ。

（解）$AB:AC=BD:DC=6:4=3:2$

$$BD=\frac{3}{3+2}\times 8=\underline{\frac{24}{5}\,cm}$$

(21)



左図において、成り立つ２つの式は
（メネラウスの定理）

→ ① $\dfrac{BD}{AB}\times\dfrac{FC}{DF}\times\dfrac{EA}{CE}=1$

② $\dfrac{CE}{AC}\times\dfrac{FB}{EF}\times\dfrac{DA}{BD}=1$

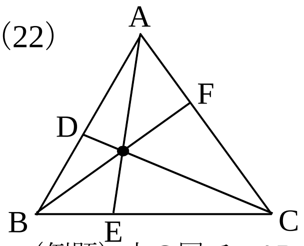
（例題）上の図で、AD:DB = 1:1、AE:EC = 2:1 のとき、
DF:FC を求めよ。

（解）$\dfrac{BD}{AB}\times\dfrac{FC}{DF}\times\dfrac{EA}{CE}=1$ より

$$\frac{1}{\cancel{2}_1}\times\frac{FC}{DF}\times\frac{\cancel{2}^1}{1}=1$$

$$\frac{FC}{DF}\times\frac{1}{1}=1\rightarrow\underline{DF:FC=1:1}$$

(22)



左図において、成り立つ式は
（チェバの定理）

→ $\boxed{\dfrac{DB}{AD}\times\dfrac{EC}{BE}\times\dfrac{FA}{CF}=1}$

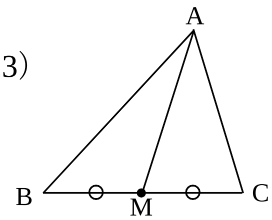
（例題）上の図で、AD:DB = 5:4、AF:FC = 1:2 のとき、
BE:EC を求めよ。

（解）$\dfrac{DB}{AD}\times\dfrac{EC}{BE}\times\dfrac{FA}{CF}=1$ より

$$\frac{\cancel{4}^2}{5}\times\frac{EC}{BE}\times\frac{1}{\cancel{2}_1}=1$$

$$\frac{EC}{BE}\times\frac{2}{5}=1\rightarrow\underline{BE:EC=2:5}$$

(23)



左図において、成り立つ式は
（中線定理）

→ $\boxed{\mathbf{AB^2+AC^2=2(AM^2+BM^2)}}$

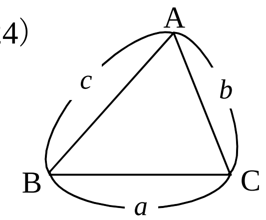
（例題）左の図で、AB = 8、AM = AC = 6 の
とき、BM の長さを求めよ。

（解）$8^2+6^2=2(6^2+BM^2)$ より

$$100=2(36+BM^2)$$

$$50=36+BM^2\quad\rightarrow\quad\underline{BM=\sqrt{14}}$$

(24)



左図において、$s=\dfrac{a+b+c}{2}$ と
するとき、△ABC の面積は
（ヘロンの公式）

→ $\boxed{\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$

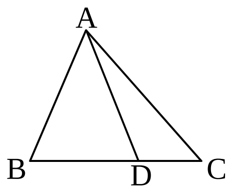
（例題）上の図で、AB = 20、BC = 21、AC = 13 のとき、
△ABC の面積を求めよ。

（解）$s=\dfrac{20+21+13}{2}=27$

$$\triangle ABC=\sqrt{27(27-21)(27-13)(27-20)}$$

$$=\sqrt{27\times6\times14\times7}=\sqrt{15876}=\underline{126}$$

(25)



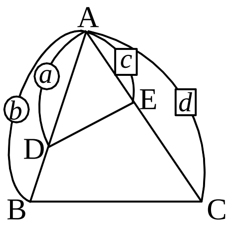
左図で、△ABD：△ADC は　→

△ABD：△ADC = BD：DC
（高さの等しい三角形の面積比 ＝ 底辺の比）

（例題）上の図で、BD = 4、DC = 2 のとき、△ABD:△ABC は。

（解）△ABD:△ABC = BD:BC
= 4:6
= <u>2:3</u>

（26）

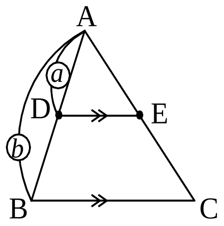


左図で、△ADE：△ABC は、 → $\triangle \mathbf{ADE} : \triangle \mathbf{ABC} = a \times \boxed{c} : b \times \boxed{d}$

（例題）
左の図で、AD:DB = 2:1、AE:EC = 1:3 のとき、△ADE:△ABC は。

（解）△ADE:△ABC = AD×AE:AB×AC
= 2×1 : 3×4
= 2 : 12
= 1 : 6

（27）

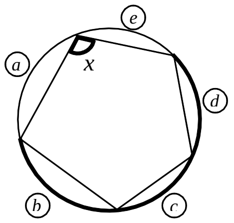


左図で、△ADE：△ABC は、 → $\triangle \mathbf{ADE} : \triangle \mathbf{ABC} = a^2 : b^2$
(相似な図形の面積比) = (相似比)^2

（例題）上の図で、AD:DB = 2:3 のとき、△ADE:台形 DBCE は。

（解）AD:DB = 2:3 より、AD:AB = 2:5
△ADE∽△ABC より、
△ADE:△ABC = 2^2:5^2 = 4:25
よって、△ADE:台形 DBCE = 4:(25－4) = 4:21

（28）

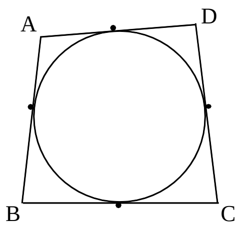


左図で x の大きさは → $$x = 180 \times \frac{b+c+d}{a+b+c+d+e}$$

（例題）上の図で、a:b:c:d :e= 2:3:1:1:1 のとき、∠x の大きさは。

（解）$x = 180 \times \frac{3+1+1}{2+3+1+1+1}$
$= 180 \times \frac{5}{8}$
$= 112.5°$

（29）



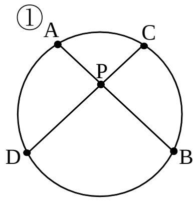
左図において、成り立つ関係式は → **AB＋DC = AD＋BC**

（例題）上の図で、AB = 4、BC = 5、AD = 3 のとき、DC の長さは。

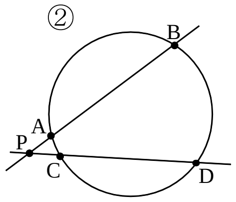
（解）4＋DC = 3＋5 より
DC = 4

（30）

①



②



左図において、成り立つ関係式は（方べきの定理） → **PA×PB = PC×PD**

（例題）上の図②において、PA = 1、AB = 6、CD = 5 のとき、PC の長さは。

（解）PC = x とおくと、
$1 \times (1+6) = x \times (x+5)$
$x^2 + 5x - 7 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{-5+\sqrt{53}}{2}$

（31）**3 辺の長さがそれぞれ a、b、c の三角形に、半径 r の円が内接しているとき、三角形の面積 S は** → $$\mathbf{S} = \frac{r}{2}(a+b+c)$$

（例題）3 辺の長さがそれぞれ、6cm、8cm、10cm の△ABC に、半径 r の円 O が内接している。r の長さを求めよ。

（解）3 辺の長さの比を考えると、6:8:10 ＝ 3:4:5 より、△ABC は斜辺 ＝10 の直角三角形となることが分かる。よって、
$6 \times 8 \times \frac{1}{2} = \frac{r}{2}(6+8+10)$ より
$r = 2\text{cm}$

（32）**3 辺の長さがそれぞれ a、b、c の直方体の対角線の長さは、** → $$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

（例題）3 辺の長さがそれぞれ、3cm、5cm、$2\sqrt{7}$ cm の直方体の対角線の長さを求めよ。

（解）$\sqrt{3^2 + 5^2 + (2\sqrt{7})^2} = \sqrt{62}\text{cm}$

（33）**１辺の長さが a の立方体の対角線の長さは**　→ $\boxed{\sqrt{3}a}$

（例題）体積が 216cm^3 の立方体の対角線の長さは。

（解）１辺の長さを a とすると、
$216=2^3\times3^3=(2\times3)^3=6^3$ より、$a=6\text{cm}$
よって、対角線 $\sqrt{3}\times6=\underline{6\sqrt{3}\text{cm}}$

（34）**１辺の長さが a の正三角形の面積は**　→ $\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2}$

（例題）面積が $24\sqrt{3}$ の正六角形の１辺の長さは。

（解）正六角形は正三角形６枚でできているので、正三角形１枚の面積は $4\sqrt{3}$ とわかる。
求める１辺を a とすると、$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=4\sqrt{3}$

$a^2=16$

$\underline{a=4(>0)}$

（35）**１辺の長さが a の正四面体の高さ及び体積は**　→ $\boxed{高さ=\dfrac{\sqrt{6}}{3}a\quad 体積=\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3}$

（例題）１辺の長さが４の正四面体の高さ及び体積は。

（解）高さ $=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times4=\underline{\dfrac{4\sqrt{6}}{3}}$

体積 $=\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times4^3=\underline{\dfrac{16\sqrt{2}}{3}}$

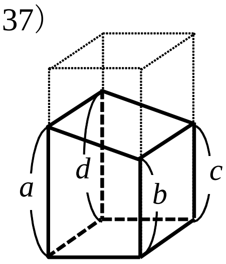
（36）**１辺の長さが a の正八面体の高さ及び体積は**　→ $\boxed{高さ=\sqrt{2}a\quad 体積=\dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3}$

（例題）１辺の長さが $2\sqrt{2}$ の正八面体の高さ及び体積は。

（解）高さ $=\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=\underline{4}$

体積 $=\dfrac{\sqrt{2}}{3}\times(2\sqrt{2})^3=\underline{\dfrac{32}{3}}$

（37）



左図の切頭四角柱の体積は　→ $\boxed{体積\ =\ 底面積\times\dfrac{a+b+c+d}{4}}$

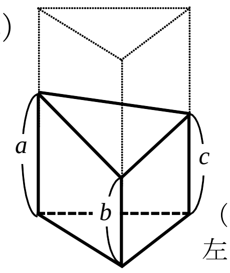
（例題）
左の図で $a=7$、$b=6$、$c=5$ で底面が１辺５の正方形のとき、d の長さ及び体積は。

（解）切頭四角柱では、$a+c=b+d$ が成り立ち、

$d=a+c-b=7+5-6=\underline{6}$

体積 $=5\times5\times\dfrac{7+6+5+6}{4}=\underline{150}$

（38）



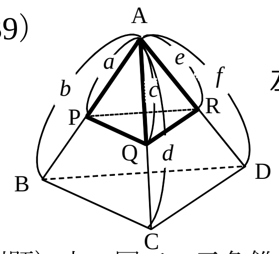
左図の切頭三角柱の体積は　→ $\boxed{体積\ =\ 底面積\times\dfrac{a+b+c}{3}}$

（例題）
左の図で、$a=4\sqrt{3}$、$b=c=3\sqrt{3}$、底面の三角形の面積が 18 のときの体積は。

（解）$18\times\dfrac{4\sqrt{3}+3\sqrt{3}+3\sqrt{3}}{3}$

$=6\times10\sqrt{3}=\underline{60\sqrt{3}}$

（39）



**左図で三角錐 A-PQR は　→
三角錐 A-BCD の何倍か**

$\boxed{[三角錐\ \text{A-PQR}]=[三角錐\ \text{A-BCD}]\times\dfrac{a}{b}\times\dfrac{c}{d}\times\dfrac{e}{f}}$

（例題）上の図で、三角錐 A-BCD が１辺６の正四面体で、
AP:PB = 2:3、AQ:QC = 5:6、AR:AD = 1:2
三角錐 A-PQR の体積は。

（解）正四面体ABCDの体積 $=\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times6^3=18\sqrt{2}$

三角錐A-PQR $=18\sqrt{2}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{5}{11}\times\dfrac{1}{2}=\underline{\dfrac{18\sqrt{2}}{11}}$