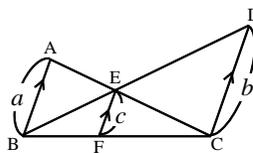


<頻出公式 55 平面図形⑩ 代表的な相似形の線分の長さ>

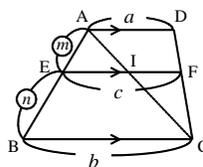
(1) 右の図において、

$$c = \frac{ab}{a+b} \quad \text{が成り立つ。}$$



(2) 右の図において、

$$c = \frac{an+bm}{m+n} \quad \text{が成り立つ。}$$



上の2つの形、特に(1)は毎年必ずどこかの高校で出題されている。(2)は公式を暗記するより導けることの方が大切だ!

(1) の証明

$\triangle BFE \sim \triangle BCD$  より、

$$FE : CD = BE : BD \quad \dots \textcircled{1}$$

一方、 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$  より、

$$BE : DE = AB : CD \\ = a : b \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{より、} BE : BD = a : a+b \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{3} \text{より、} c : b = a : a+b$$

$$c(a+b) = ab \\ c = \frac{ab}{a+b}$$

(2) の証明

$\triangle AEI \sim \triangle ABC$  より、

$$EI : BC = AE : AB$$

$$EI : b = m : m+n$$

$$EI = \frac{bm}{m+n} \quad \dots \textcircled{1}$$

同様に、 $\triangle CIF \sim \triangle CAD$  より、

$$IF : AD = CI : CA$$

$$IF : a = n : m+n$$

$$IF = \frac{an}{m+n} \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より、

$$c = EI + IF = \frac{an+bm}{m+n}$$

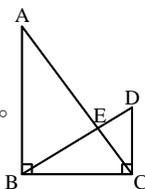
**問題 1** 右の図において、

$AB = 5\text{cm}$ ,  $BC = 4\text{cm}$ ,

$CD = 2\text{cm}$ ,  $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$

である。このとき、 $\triangle BCE$  の面積を求めなさい。

(茨城県)



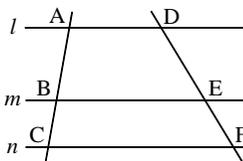
**問題 2** 右の図で

$l \parallel m \parallel n$ ,  $AD = 5\text{cm}$ ,

$BE = 8\text{cm}$ ,  $CF = 10\text{cm}$ ,

$AB = 4\text{cm}$  であるとき、 $BC$  の長さを求めなさい。

(長野県)



**解** E から  $BC$  へ下ろした垂線の足を

H とすると、<公式 55 (1)>より、

$$EH = \frac{AB \times DC}{AB + DC} = \frac{10}{7}$$

$$\triangle BCE = 4 \times \frac{10}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{20}{7} (\text{cm}^2)$$

**解**  $BC = x$  とすると、<公式 55 (2)>より、

$$BE = \frac{AD \times BC + CF \times AB}{AB + BC}$$

$$8 = \frac{5x + 40}{4 + x}$$

$$8(4+x) = 5x + 40 \quad \left. \begin{array}{l} \text{両辺を}(4+x)\text{倍} \end{array} \right\}$$

$$3x = 8 \rightarrow x = \frac{8}{3} (\text{cm})$$