

熟技 89 三角数 ～規則性～

問題 1 1 より小さい分数が、 $\frac{1}{2}$ から $\frac{19}{20}$ まで次のように並んでいます。

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \dots, \frac{19}{20}$

- (1) 52 番目の分数はいくつですか。
- (2) 変形して、分母を 6 に直すことのできる分数は全部でいくつありますか。たとえば、 $\frac{5}{15}$ は約分すると $\frac{1}{3}$ ですが、これは $\frac{2}{6}$ に直すことができます。ただし、はじめから分母が 6 の分数も含めて数えなさい。

(筑波大附属中) **B**

問題 2 右のように、あるきまりにしたがって数が並んでいます。

(1) 8 段目の一番左の数字は です。

(2) 15 段目の左から 7 番目の数字は です。

(3) 200 は 段目の左から 番目の数字です。

(1 段目)	1				
(2 段目)	2	3			
(3 段目)	4	5	6		
(4 段目)	7	8	9	10	
(5 段目)	11	12	13	14	15
	⋮				

(成城中) **A**

問題 3 次の各問いに答えなさい。

- (1) 図 1 のように数を並べるとき、1 段目の 8 列目にくる数を求めなさい。
- (2) 図 1 のように数を並べるとき、123 は何段目の何列目にありますか。
- (3) 図 2 のように奇数を並べるとき、243 は何段目の何列目にありますか。

(東大寺学園中) **B**

		1列目	2列目	⋮					
		↓	↓						
1段目 →	1	2	4	7	11				
2段目 →	3	5	8						
⋮									
	6	9							
	10								

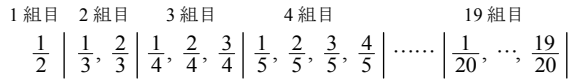
図 1

		1列目	2列目	⋮					
		↓	↓						
1段目 →	1	3	7	13	21				
2段目 →	5	9	15						
⋮									
	11	17							
	19								

図 2

解 1

(1) 右の図のように組に分けると、各組の分子は1から始まる連続した整数となっている。



【塾技 89】 2 (1) より、 $1+2+3+\dots+9=45$ とわかるので、9組目の9番目が45番目の分数となり、52番目の分数は10組目の、 $52-45=7$ (番目)とわかる。

よって、求める分数は、 $\frac{7}{10+1}=\frac{7}{11}$ **【答】 $\frac{7}{11}$**

(2) 変形して $\frac{1}{6}$ となる分数は、 $\frac{1}{6}$ を倍分して、 $\frac{1}{6}, \frac{2}{12}, \frac{3}{18}$ の3個ある。次に変形して $\frac{2}{6}$ となる分数は、 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ より、 $\frac{1}{3}$ を倍分して、 $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}, \frac{6}{18}$ の6個ある。以下同様にして、変形して $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ となるような分数は、 $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12}, \frac{7}{14}, \frac{8}{16}, \frac{9}{18}, \frac{10}{20}$ の10個、変形して $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ となる分数は、 $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}$ の6個、変形して $\frac{5}{6}$ となるのは、 $\frac{5}{6}, \frac{10}{12}, \frac{15}{18}$ の3個あるので、全部で、

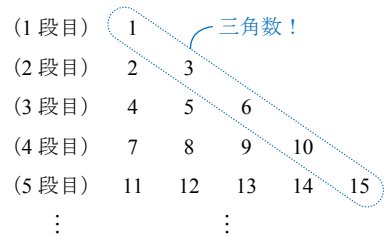
$3+6+10+6+3=28$ (個) **【答】 28個**

解 2

(1) 右の図より、7段目の一番右の数字は7番目の三角数とわかる。**【塾技 89】 1** より、

7番目の三角数 $= (1+7) \times 7 \div 2 = 28$

よって、8段目の一番左の数字は、 $28+1=29$ **【答】 29**



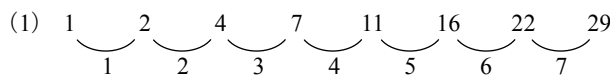
(2) 14段目の一番右の数字 $= (1+14) \times 14 \div 2 = 105$ より、

15段目の左から7番目 $= 14$ 段目の一番右 $+ 7 = 105 + 7 = 112$ **【答】 112**

(3) 19段目の一番右の数字 $= (1+19) \times 19 \div 2 = 190$ より、200は20段目の左から10番目

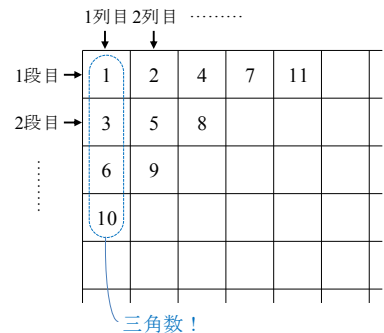
【答】 20, 10

解 3



【答】 29

【別解】 1段目の8列目は、7段目1列目の次の数となる。一方、右の図のように1列目の数は三角数となっているので、7段目1列目の数は7番目の三角数とわかる。**【塾技 89】 1** より、7段目1列目 $= (1+7) \times 7 \div 2 = 28$ よって、1段目の8列目は、 $28+1=29$



(2) 123をこえない123に最も近い三角数は、 $(1+15) \times 15 \div 2 = 120$ で、15番目の三角数とわかる。

よって、15段目の1列目は120とわかるので、121は1段目の16列目、122は2段目の15列目、123は3段目の14列目と求められる。 **【答】 3段目の14列目**

(3) 243は、 $(243+1) \div 2 = 122$ (番目)の奇数とわかるので、(2)より、図1で122の場所にあたる、

2段目の15列目と求められる。 **【答】 2段目の15列目**