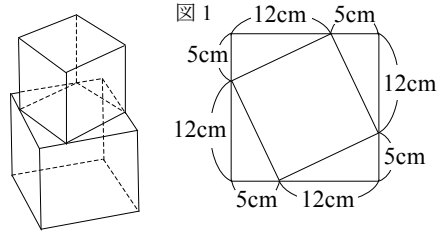


熟技 72 直角三角形の相似 ~相似~

問題 1 2つの立方体を重ねた右図のような立体を、真上から見ると図1のようになります。この立体の体積を求めなさい。

(東洋英和女学院中) **A**

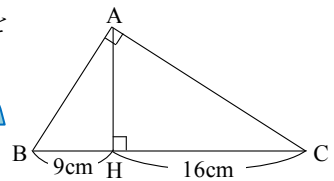


解答らん

問題 2 右の図のような、直角三角形 ABC について、辺 BC を底辺としたときの高さを AH とします。

このとき、辺 AH の長さは cm です。

(慶應中等部) **A**

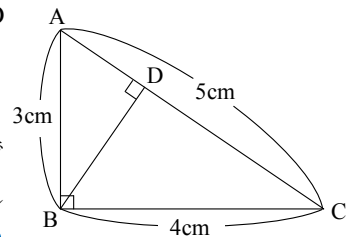


解答らん

問題 3 右の図のような直角三角形 ABC と、辺 AC 上の点 D があります。このとき、次の (1)、(2) の問いに答えなさい。

- (1) AD の長さと BD の長さをそれぞれ求めなさい。
- (2) 辺 AC を軸として、三角形 ABC を 1 回転させたときにできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は 3.14 とします。

(浅野中) **A**



解答らん

解 1

下側の立方体の1辺は、図1より、 $5 + 12 = 17(\text{cm})$ とわかる。一方、上側の立方体の1辺は、図1の1辺17cmの正方形の中に入った正方形の1辺と等しく、**塾技 72 1**(2)より、13cmとわかる。よって、

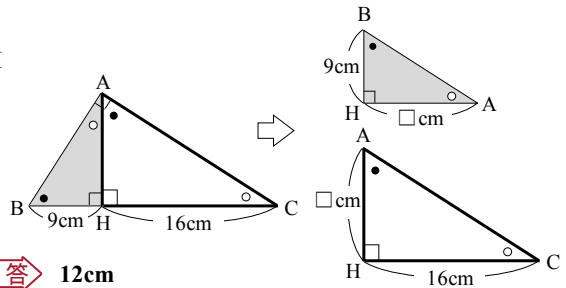
体積 = $17 \times 17 \times 17 + 13 \times 13 \times 13 = 4913 + 2197 = 7110(\text{cm}^3)$ **答** 7110cm^3

上側の立方体の1辺の長さを、5 : 12 : 13の直角三角形を利用しないで求めるには、まず、図1の小さい方の正方形の面積を求め、その面積から1辺の長さを求めればよい。
 小さな正方形の面積 = $17 \times 17 - (5 \times 12 \div 2) \times 4 = 169(\text{cm}^2) \rightarrow 169 = 13 \times 13$ より、1辺は13cm

解 2

塾技 72 2より、三角形BAHと三角形ACHは相似とわかる。求める辺AHを□cmとして、対応する辺で比例式をつくると、

$9 : \square = \square : 16$
 $\square \times \square = 9 \times 16$ 内項の積 = 外項の積
 $\square \times \square = 144 = 12 \times 12 \quad \square = 12(\text{cm})$ **答** 12cm



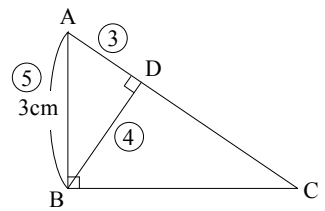
【別解】 三角形BAHと三角形ACHの相似比を求めてからAHを求める。
 高さの等しい三角形の面積比 = 底辺の比より、三角形BAH : 三角形ACH = 9 : 16
 よって、**塾技 74 1**より、相似比は3 : 4とわかるので、
 $BH : AH = 3 : 4 \quad 9 : AH = 3 : 4 \quad 3 \times AH = 36 \quad AH = 12(\text{cm})$

解 3

(1) **塾技 72 2**より、三角形ABCと三角形ADBは相似とわかり、三角形ABCの3辺の比が3 : 4 : 5となるので、三角形ADBの3辺の比も3 : 4 : 5となる。よって、

$AD = AB \times \frac{3}{5} = 3 \times \frac{3}{5} = \frac{9}{5} = 1.8(\text{cm})$
 $BD = AB \times \frac{4}{5} = 3 \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2.4(\text{cm})$

答 $AD = 1.8\text{cm}, BD = 2.4\text{cm}$



(2) 求める立体の見取り図は、右の図のように円すいを2つつけた形のものとなる。ここで、(1)と同様に三角形BDCも3 : 4 : 5の直角三角形となるので、 $DC = BC \times \frac{4}{5} = 4 \times \frac{4}{5} = \frac{16}{5} = 3.2(\text{cm})$

よって、求める立体の体積は、

$2.4 \times 2.4 \times 3.14 \times 1.8 \times \frac{1}{3} + 2.4 \times 2.4 \times 3.14 \times 3.2 \times \frac{1}{3}$
 $= (1.8 + 3.2) \times 2.4 \times 2.4 \times 3.14 \times \frac{1}{3}$ 分配法則の利用
 $= 12 \times 2.4 \times \frac{1}{3} \times 3.14$
 $= 4 \times 2.4 \times 3.14 = 9.6 \times 3.14 = 30.144(\text{cm}^3)$ **答** 30.144cm^3

