


塾技 59 速さと比② ~比~

※解答の一部に「塾技 78」のダイヤグラムと相似を利用

問題

A 地点から B 地点に向かって一定の速さで流れている川があります。この川の A 地点からボールを流し、同時に B 地点から A 地点に向けて船が出発しました。船が A 地点で折り返して、B 地点まで一往復したところ、船が B 地点に到着してから 42 秒後にボールも B 地点に到着しました。船が B 地点から A 地点まで行くのにかかった時間は、船が A 地点から B 地点まで行くのにかかった時間の 2.25 倍でした。船の静水での速さは一定として以下の問いに答えなさい。

- (1) ボールが A 地点を出発してから B 地点に到着するまでに何分何秒かかりましたか。
- (2) 船とボールが出発してから、(ア) 最初に出会うまでにかかった時間、(イ) 船がボールに追いつくまでにかかった時間、をそれぞれ求めなさい。 (開成中) 

解答らん

解 1

(1) A 地点と B 地点の間の距離がわからないので、**【熟技 59】**より、船が上りと下りにかかる時間の比と速さの比が逆比となることを利用して解けばよい。

船が上りにかかった時間は、下りにかかった時間の 2.25 倍なので、

$$\text{上りにかかる時間} : \text{下りにかかる時間} = 2.25 : 1 = 2\frac{1}{4} : 1 = \frac{9}{4} : \frac{4}{4} = 9 : 4$$

よって、船の上りと下りの速さの比は 4 : 9 とわかる。

右の線分図より、上りと下りと流れの速さの比は、

$$\begin{aligned} 4 : 9 : (9 - 4) \div 2 \\ = 4 : 9 : 2.5 = 8 : 18 : 5 \end{aligned}$$

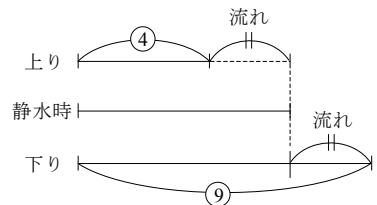
したがって、船が上りにかかる時間と下りにかかる時間とボールが A 地点から B 地点まで流れるのにかかる時間の比は、

$$\frac{1}{8} : \frac{1}{18} : \frac{1}{5} = \frac{45}{360} : \frac{20}{360} : \frac{72}{360} = \boxed{45} : \boxed{20} : \boxed{72}$$

ボールが B 地点まで流れるのにかかる時間と、船が一往復する時間の差が 42 秒より、

$$\boxed{72} - (\boxed{45} + \boxed{20}) = \boxed{7} = 42 \text{ 秒} \quad \boxed{1} = 42 \div 7 = 6 \text{ (秒)}$$

以上より、求める時間は、 $6 \times 72 = 432$ (秒) = 7 (分) 12 (秒)



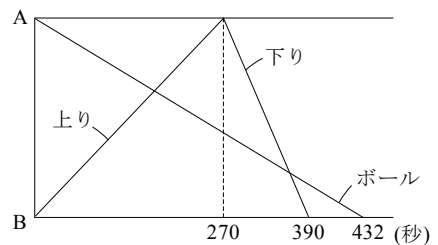
【答】 7 分 12 秒

(2) (ア)

(1) より、船が上りにかかる時間は、 $6 \times 45 = 270$ (秒)、

下りにかかる時間は、 $6 \times 20 = 120$ (秒) とわかる。

船が往復する様子とボールが流れる様子をダイアグラムにすると、右の図のようになる。



下の図 1 のかげをつけた部分の相似に注目する。求める時間は図のアとなるので、**【熟技 78】** (2)

$$\text{より、} 432 \times \frac{5}{5+8} = 432 \times \frac{5}{13} = \frac{2160}{13} = 166\frac{2}{13} \text{ (秒)} = 2 \text{ (分)} 46\frac{2}{13} \text{ (秒)}$$

【答】 2 分 46 $\frac{2}{13}$ 秒

(イ) 下の図 2 のかげをつけた部分の相似に注目する。求める時間は図のイとなるので、

$$432 \times \frac{45}{45+7} = 432 \times \frac{45}{52} = \frac{4860}{13} = 373\frac{11}{13} \text{ (秒)} = 6 \text{ (分)} 13\frac{11}{13} \text{ (秒)}$$

【答】 6 分 13 $\frac{11}{13}$ 秒

