

熟技 42 すい体 ～立体図形～

問題 1 図1のように、2つの円錐すいアとイがあります。円錐イの底面の半径は、アの底面の半径の1.4倍です。

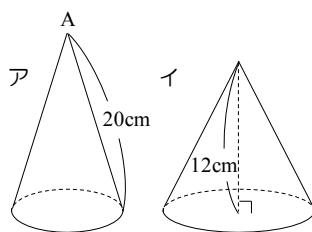


図1

図2は円錐アを平面上におき、頂点Aを中心にするべらないように転がしたもので、ちょうど4回転でもとの位置にもどりました。次の各問いに答えなさい。ただし、円周率は3.14とします。

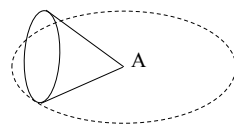


図2

- (1) 円錐アの底面の半径は何 cm ですか。
- (2) 円錐アの表面積は何 cm^2 ですか。
- (3) 円錐イの体積は何 cm^3 ですか

(関東学院中) **A**

解答らん

問題 2 右の図1は、3辺の長さが5cm, 12cm, 13cmの直角三角形ABCです。この直角三角形ABCを、辺ABを軸じくにして回転させてできる立体について、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は3.14とします。また、円すいの体積は、(底面積) × (高さ) × $\frac{1}{3}$ で求められます。

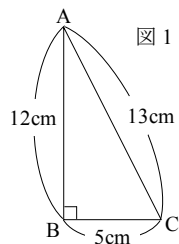


図1

- (1) 直角三角形ABCを、 360° 回転させてできた立体の体積は何 cm^3 ですか。
- (2) 直角三角形ABCを、 270° 回転させたとき点Cが移った点をDとします。(1)でできた立体を3点A, C, Dを通る平面で切断したとき、点Bを含む立体(図2)の体積は何 cm^3 ですか。
- (3) 直角三角形ABCを、何度か回転させてできた立体の表面積が 173.04cm^2 となりました。直角三角形ABCを何度回転させましたか。

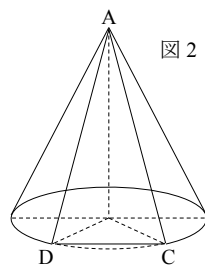


図2

(宝仙学園中理数インター) **B**

解答らん

解 1

(1) 円すいが転がりもとの位置にもどるとき、※底面の半径×回転数=母線の長さが成り立つので、
円すいアの底面の半径 = $20 \div 4 = 5(\text{cm})$ 答 5cm

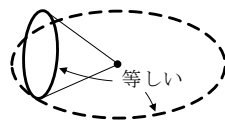
(2) 円すいアの側面積は、**熟技 42** 2 を用いて求めることができるので、
円すいアの表面積 = $5 \times 5 \times 3.14 + 20 \times 5 \times 3.14 = (25 + 100) \times 3.14 = 392.5(\text{cm}^2)$ 答 392.5cm²

(3) 円すいイの底面の半径は、 $5 \times 1.4 = 7(\text{cm})$ となるので、
円すいイの体積 = $7 \times 7 \times 3.14 \times 12 \times \frac{1}{3} = 49 \times 4 \times 3.14 = 615.44(\text{cm}^3)$ 答 615.44cm³

※が成り立つ理由

母線を半径とする円の円周と、円すいの底面の円の円周×回転数が等しくなるので、

底面の半径 $\times 2 \times 3.14 \times$ 回転数 = 母線 $\times 2 \times 3.14$
 \rightarrow 底面の半径 × 回転数 = 母線
 が成り立つ



解 2

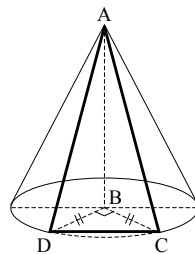
(1) できた立体は円すいとなるので、体積は、 $5 \times 5 \times 3.14 \times 12 \times \frac{1}{3} = 314(\text{cm}^3)$ 答 314cm³

(2) 求める立体の体積は、(1) の円すい全体の体積の $\frac{270}{360} = \frac{3}{4}$ (倍) と、

三角すい A-BCD の体積の和となるので、

$$314 \times \frac{3}{4} + 5 \times 5 \div 2 \times 12 \times \frac{1}{3} = 235.5 + 50 = 285.5(\text{cm}^3)$$

答 285.5cm³



(3) 直角三角形 ABC を何度か回転させてできる立体の表面積は、
円すいの表面積の一部に三角形 ABC と三角形 ABD の面積を
足したものとなるので、円すいの表面積の一部は、

$$173.04 - 5 \times 12 \div 2 \times 2 = 113.04(\text{cm}^2)$$

一方、円すい全体の表面積は、

$$5 \times 5 \times 3.14 + 13 \times 5 \times 3.14 = 90 \times 3.14(\text{cm}^2)$$

熟技 31 より、 $6 \times 6 \times 3.14 = 113.04$ とわかるので、円すいの表面積の一部は、円すい全体の表面積の、 $\frac{113.04}{90 \times 3.14} = \frac{6 \times 6 \times 3.14}{90 \times 3.14} = \frac{36 \times 3.14}{90 \times 3.14} = \frac{36}{90} = \frac{2}{5}$ (倍) とわかる。

以上より、求める角度は、 $360 \times \frac{2}{5} = 144(\text{度})$

答 144度

