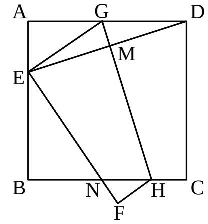
難 塾技 74　折り返し

問題



1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD を，頂点 D が辺 AB 上の点 E に重なるように GH を折り目として折り曲げた。そして，他の点も図のように記号を決めた。

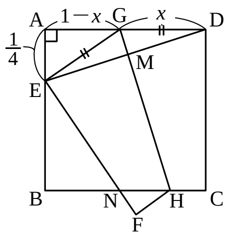
（1）AE の長さが $\frac{1}{4}$ のとき，AG：GD を整数の比で表せ。

（2）AE = t として，次の線分の長さを t で表せ。

　① GD　　② HC

（3）四角形 GEFH の面積が $\frac{7}{18}$ のとき，AE の長さを求めよ。（慶應義塾女子高）

解



（1）GD = GE = x とおくと，AG = 1－x と表せる。

△AEG に三平方の定理を用いて，

$$GE^2 = AG^2 + AE^2$$

$$x^2 = (1-x)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \qquad \text{これを解いて，} x = \frac{17}{32}$$

よって，AG：GD = $\left(1-\frac{17}{32}\right):\frac{17}{32}$ = **15：17**　答

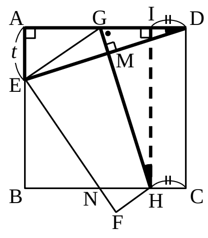
（2）

①（1）の図で，AE = t として△AEG に三平方の定理を用いると，

$$x^2 = (1-x)^2 + t^2$$

$$x^2 = 1-2x+x^2+t^2 \qquad \text{これを解いて，} x = \frac{t^2+1}{2}$$

答　**GD =** $\boldsymbol{\frac{t^2+1}{2}}$



② 右の図のように，H から AD に垂線 HI を下ろすと，HC = ID

ここで，△HIG と△DAE において，

∠IHG = 90°－∠HGI = ∠ADE　…①

∠HIG = ∠DAE = 90°　…②

IH = AD（正方形の 1 辺）…③

①，②，③より，1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△HIG≡△DAE。よって，IG = AE = t

以上より，**HC** = ID = GD－IG = $\frac{t^2+1}{2} - t$ **=** $\boldsymbol{\frac{t^2-2t+1}{2}}$　答

（3）四角形 GEFH = 四角形 GDCH = $\frac{7}{18}$ より，

$$\left(\frac{t^2+1}{2} + \frac{t^2-2t+1}{2}\right)\times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{7}{18}$$

$$(t^2-t+1)\times\frac{1}{2} = \frac{7}{18}$$

$$9(t^2-t+1) = 7$$

$$9t^2-9t+2 = 0$$

$$t = \frac{9\pm\sqrt{81-72}}{18} = \frac{9\pm 3}{18} = \boldsymbol{\frac{1}{3}},\ \boldsymbol{\frac{2}{3}}$$　答