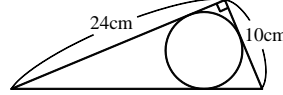


問題

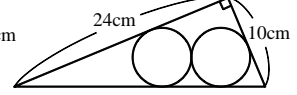
次の問に答えよ。

- (1) 右の図1のように、直角三角形に1つの円が内接しているとき、円の半径を求めよ。
- (2) 右の図2のように、半径の等しい2つの円が互いに接し、直角三角形の各辺と接しているとき、円の半径を求めよ。
- (3) 右の図3のように、半径の等しい n 個の円が互いに接し、直角三角形の各辺と接しているとき、円の半径 r を n を用いた式で表せ。

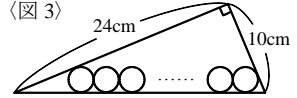
〈図1〉



〈図2〉



〈図3〉



(立教新座高)

解

- (1) 図1で、三角形の2辺の比が5:12より、5:12:13の直角三角形となることがわかる。よって、斜辺は26cmと求まる。求める円の半径を r とすると、「塾技68(4)」より、

$$\frac{r}{2}(24+10+26) = 24 \times 10 \times \frac{1}{2} \quad \text{これを解いて、} r = 4 \text{ cm} \quad \leftarrow \text{答}$$

- (2) 直角三角形を $\triangle ABC$ とし、求める円の半径を r とする。

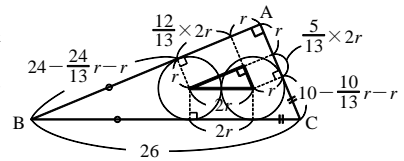
右の図のように、2つの円の中心線を斜辺とする直角三角形をつくると、できた三角形は $\triangle ABC$ と相似なので、3辺の比は5:12:13となる。斜辺の長さは $2r$ より、他の2辺は、

$$\frac{12}{13} \times 2r = \frac{24}{13} r \quad \frac{5}{13} \times 2r = \frac{10}{13} r$$

「塾技68(2)」より、辺 BC に着目して方程式を立て、

$$\left(24 - \frac{24}{13}r - r\right) + 2r + \left(10 - \frac{10}{13}r - r\right) = 26$$

$$-\frac{34}{13}r = -8 \quad \text{よって、} r = \frac{52}{17} \text{ cm} \quad \leftarrow \text{答}$$



- (3) (2)と同様に考え、中心線を斜辺とする直角三角形の3辺をそれぞれ r を用いて表し、辺 BC に着目して方程式を立てればよい。

右の図より、

$$\left\{24 - \frac{24}{13}r(n-1) - r\right\} + 2r(n-1) + \left\{10 - \frac{10}{13}r(n-1) - r\right\} = 26$$

$$24 - \frac{24}{13}nr + \frac{24}{13}r - r - r + 2nr - 2r + 10 - \frac{10}{13}nr + \frac{10}{13}r - r = 26$$

$$-\frac{34}{13}nr + 2nr + \frac{34}{13}r - 4r = -8$$

$$-34nr + 26nr + 34r - 52r = -104$$

$$-8nr - 18r = -104$$

$$r(8n + 18) = 104$$

$$r = \frac{52}{4n + 9} \quad \leftarrow \text{答}$$

