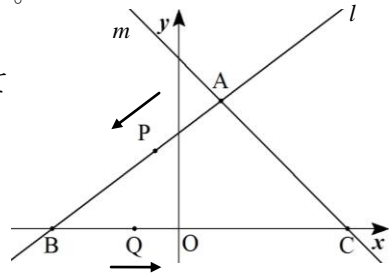


問題

図の直線 l , m はそれぞれ $y = \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$, $y = -x + 8$ のグラフである。直線 l と m の交点を A とし, l , m が x 軸と交わる点をそれぞれ B , C とする。点 P は l 上を点 A から点 B まで毎秒 1 の速さで進み, 点 Q は x 軸上を点 B から点 C に向かって毎秒 1 の速さで進む。点 P , 点 Q は, 点 A , 点 B から同時に出発し, 点 P が点 B に達したときに, 2 点 P , Q はともに止まるものとする。このとき, 次の各問いに答えなさい。

- (1) 点 A の座標を求めなさい。
- (2) 出発してから x 秒後の $\triangle PBQ$ の面積を x を用いて表しなさい。ただし, $0 < x < 10$ である。
- (3) $\triangle PBQ$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の $\frac{3}{20}$ になるのは, 出発してから何秒後か, すべて求めなさい。

(東京学芸大附高)



解

(1)
$$\begin{cases} y = \frac{3}{4}x + \frac{9}{2} \\ y = -x + 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{代入法}} \frac{3}{4}x + \frac{9}{2} = -x + 8 \text{ これを解いて, } x = 2, y = 6 \text{ より, } \mathbf{A(2, 6)}$$
 ◀ 答

(2) x 秒間で, 点 P および点 Q はそれぞれ x 進むので,

$$AP = BQ = x$$

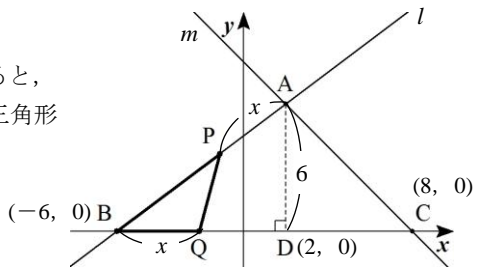
ここで, A から x 軸に下ろした垂線の足を D とすると, $(AB \text{ の傾き}) = \frac{3}{4}$ より, $\triangle ABD$ は $3 : 4 : 5$ の直角三角形となる。よって,

$$AB = \frac{5}{3}AD = \frac{5}{3} \times 6 = 10$$

$AP = x$ より, $BP = 10 - x$ と表すことができる。

「塾技 62 1」より,

$$\begin{aligned} \triangle PBQ &= \frac{BP}{BA} \times \frac{BQ}{BD} \times \triangle ABD = \frac{10-x}{10} \times \frac{x}{8} \times (8 \times 6 \times \frac{1}{2}) \\ &= 3x - \frac{3}{10}x^2 \end{aligned}$$
 ◀ 答



(3) 「塾技 62 1」より,

$$\triangle PBQ = \frac{BP}{BA} \times \frac{BQ}{BC} \times \triangle ABC = \frac{10-x}{10} \times \frac{x}{14} \times \triangle ABC$$

よって, $\frac{10-x}{10} \times \frac{x}{14} = \frac{3}{20}$ となればよい。

$$\frac{10-x}{10} \times \frac{x}{14} = \frac{3}{20} \quad \begin{matrix} \curvearrowright \\ \text{両辺を 140 倍} \end{matrix}$$

$$x(10-x) = 21$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$(x-3)(x-7) = 0 \text{ より, } x = 3, 7$$

(2) の問題条件より, $0 < x < 10$ となるので, **3 秒後と 7 秒後** ◀ 答