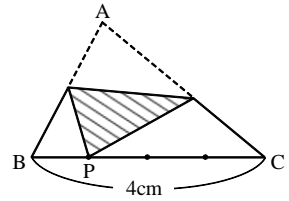


問題

A, B, C を頂点とする三角形の紙があり, BC = 4cm です。辺 BC の 4 等分点のうち B に一番近い点を P とします。図のように, この紙を頂点 A が P に重なるように折ります。次の問いに答えなさい。

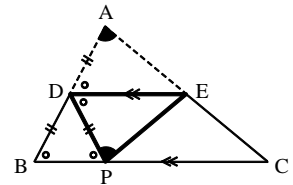


- (1) 折り目の線が辺 BC に平行になりました。紙が重なった部分でできる図形の面積は  $\triangle ABC$  の面積の何倍になりますか。
- (2)  $\triangle ABC$  が  $AB = AC$  の二等辺三角形のとき, 紙を折ったら辺 AC と BC が重なりました。紙が重なった部分でできる図形の面積を求めなさい。
- (3)  $\triangle ABC$  が正三角形のとき, 折って紙が重なった部分でできる図形の面積を求めなさい。

(筑波大附駒場高)

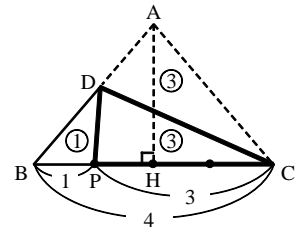
解

- (1) 右の図のように, 折り目の線分を DE とする。  
 平行線の錯角・同位角および折り返した角は等しいことにより,  
 $\angle ADE = \angle PDE = \angle DPB = \angle DBP$   
 よって,  $\triangle DBP$  は二等辺三角形となり,  $AD = DP = DB$  が成り立つ。  
 一方,  $\triangle ADE \equiv \triangle PDE$ ,  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  より,  
 $\triangle PDE : \triangle ABC = \triangle ADE : \triangle ABC$   
 $= AD^2 : AB^2$  (塾技 62 2)  $\rightarrow 1^2 : 2^2 = 1 : 4$

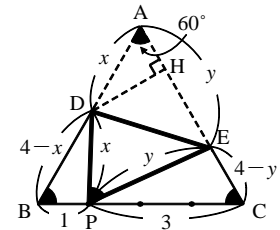


$\frac{1}{4}$  倍 答

- (2) 右の図のように, A から BC に垂線 AH を下ろす。  
 $AB = AC = PC = \frac{3}{4}BC = 3$   
 $\triangle ABH$  に三平方の定理を用いて,  $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$   
 ここで, 「塾技 61 1」より,  $\triangle DBP : \triangle DPC = BP : PC = 1 : 3$   
 $\triangle DPC \equiv \triangle DAC$  より,  $\triangle DPC = \frac{3}{7} \triangle ABC$  とわかる。以上より,  
 (求める面積)  $= \frac{3}{7} \times 4 \times \sqrt{5} \times \frac{1}{2} = \frac{6\sqrt{5}}{7} (\text{cm}^2)$  答



- (3) 右の図のように, 折り目の線分を DE, D から AE に垂線 AH を下ろす。  
 $PD = AD = x$ ,  $PE = AE = y$  とおくと,  $DB = 4 - x$ ,  $EC = 4 - y$ ,  
 $DH = \frac{\sqrt{3}}{2} AD = \frac{\sqrt{3}}{2} x$  とそれぞれ表すことができる。  
 $\triangle PDE \equiv \triangle ADE$  より,  $\triangle PDE = \triangle ADE = y \times \frac{\sqrt{3}}{2} x \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} xy$  ...①  
 ここで, 「塾技 55 (1)」より,  $\triangle DBP \sim \triangle PCE$  となるので,



$\begin{aligned} DB : PC &= BP : CE \\ (4-x) : 3 &= 1 : (4-y) \\ (4-x)(4-y) &= 3 \\ 16 - 4x - 4y + xy &= 3 \\ xy &= 4x + 4y - 13 \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$	$\begin{aligned} DB : PC &= DP : PE \\ (4-x) : 3 &= x : y \\ 3x &= 4y - xy \\ xy &= 4y - 3x \quad \dots \textcircled{3} \end{aligned}$
---	--

- ②, ③より,  $4x + 4y - 13 = 4y - 3x$   
 $7x = 13$  よって,  $x = \frac{13}{7}$   $\frac{13}{7}y = 4y - \frac{39}{7}$  より,  $y = \frac{13}{5}$   
 ①に,  $x, y$  の値をそれぞれ代入して,  
 (求める面積)  $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{13}{7} \times \frac{13}{5} = \frac{169\sqrt{3}}{140} (\text{cm}^2)$  答