

難 塾技 40 平方根の小数部分・整数部分

問題 1

$\frac{2}{3-\sqrt{6}}$ の整数部分を a , 小数部分を b とする。

(1) a, b の値を求めよ。

(2) $\frac{1}{a+\frac{1}{b}}$ の値を求めよ。

(慶應義塾志木高)

問題 2

数 x の整数部分と小数部分を次のように定める。 x の整数部分とは x をこえない最大の整数とし、 x の小数部分とは x から x の整数部分をひいた数とする。次の問いに答えよ。

(1) $(1-2\sqrt{2}+3\sqrt{3})(-1+2\sqrt{2}+3\sqrt{3})$ の小数部分を求めよ。

(2) -3.14 の小数部分を求めよ。

(3) x の小数部分の 2 乗が、 $-x$ の小数部分と等しいとき、 x の小数部分を求めよ。ただし、 x は整数でないとする。

(慶應義塾女子高)

解 1

(1) $\sqrt{6} \doteq 2.4\dots$ より、 $\frac{2}{3-\sqrt{6}} \doteq \frac{2}{3-2.4} = \frac{2}{0.6} = \frac{2}{\frac{3}{5}} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

よって、「塾技 40」より、

$$a = 3 \quad \text{答} \quad b = \frac{2}{3-\sqrt{6}} - 3 = \frac{2(3+\sqrt{6})}{(3-\sqrt{6})(3+\sqrt{6})} - 3 = \frac{6+2\sqrt{6}-9}{3} = \frac{2\sqrt{6}-3}{3} \quad \text{答}$$

$$(2) \frac{1}{a+\frac{1}{b}} = \frac{1}{\frac{ab+1}{b}} = \frac{b}{ab+1} = \frac{\frac{2\sqrt{6}-3}{3}}{(2\sqrt{6}-3)+1} = \frac{2\sqrt{6}-3}{3(2\sqrt{6}-2)} = \frac{(2\sqrt{6}-3)(2\sqrt{6}+2)}{3(2\sqrt{6}-2)(2\sqrt{6}+2)}$$

$$= \frac{18-2\sqrt{6}}{60} = \frac{9-\sqrt{6}}{30} \quad \text{答}$$

解 2

$$(1) (1-2\sqrt{2}+3\sqrt{3})(-1+2\sqrt{2}+3\sqrt{3})$$

$$= \{3\sqrt{3}+(1-2\sqrt{2})\}\{3\sqrt{3}-(1-2\sqrt{2})\}$$

$$= (3\sqrt{3})^2 - (1-2\sqrt{2})^2 = 18+4\sqrt{2} \doteq 18+4 \times 1.4$$

$$= 23.6$$

整数部分は 23 となるので、

$$\text{小数部分} = (18+4\sqrt{2}) - 23 = 4\sqrt{2} - 5 \quad \text{答}$$

$$(2) -3.14 \text{ をこえない最大の整数は } -4 \text{ より、}$$

$$(\text{整数部分}) = -4 \quad (\text{小数部分}) = -3.14 - (-4)$$

$$= 0.86 \quad \text{答}$$

(3) x の整数部分を a , 小数部分を b とする。

$$x = a + b \text{ より、} -x = -(a + b)$$

$$-(a + b) = -a - b$$

$$= -a - 1 + 1 - b$$

$$= \underbrace{-(a+1)}_{\text{整数部分}} + \underbrace{(1-b)}_{\text{小数部分}}$$

題意より、

$$b^2 = 1 - b$$

$$b^2 + b - 1 = 0$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$b > 0 \text{ より、} b = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{答}$$