

## 問題

3つの数字5, 6, 7を一列に並べて3けたの整数 $M$ ,  $N$ をつくった。 $M$ は連続する2つの整数の積に,  $N$ はある整数の平方になった。

- (1)  $M$ と $N$ を求めよ。  
 (2)  $n$ を1けたの正の整数とすると, 数 $nM+N$ がある整数の平方になった。  
 そのような $n$ の値をすべて求めよ。

(開成高)

## 解

- (1) 5, 6, 7を並べてできる3けたの整数は,

$$567, 576, 657, 675, 756, 765$$

の6通りある。それぞれの整数を素因数分解して,

$$567 = 3^4 \times 7, \quad 576 = 2^6 \times 3^2, \quad 657 = 3^2 \times 73, \quad 675 = 3^3 \times 5^2,$$

$$756 = 2^2 \times 3^3 \times 7, \quad 765 = 3^2 \times 5 \times 17$$

$N$ は平方数なので, 「塾技38」より,  $N=576$ とわかる。一方,  $M$ は連続する2つの整数の積より,  $M=756=3^3 \times (2^2 \times 7) = 27 \times 28$ とわかる。

$$\boxed{\text{答}} \quad M = 756, \quad N = 576$$

- (2) (1)より,  $nM+N=756n+576=36(21n+16)$

36は平方数なので,  $nM+N$ が平方数となるには,  $21n+16$ が平方数となればよい。

ここで,  $n$ は1けたの正の整数なので, 実際に $n=1$ から9まで代入して調べると,

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$21n+16$	37	58	79	100	121	142	163	184	205
				10 <sup>2</sup>	11 <sup>2</sup>				

表より, 求める $n$ の値は,  $n=4, 5$   $\boxed{\text{答}}$