

難 塾技 37 因数分解の応用③

問題 1

$a^4 + 6a^2b^2 + b^4 + 4a^3b + 4ab^3$ を因数分解せよ。

(早稲田大本庄高)

問題 2

$x(x+5y) + 2y(y-2-x) - 2x$ を因数分解せよ。

(ラ・サール高)

問題 3

$(x-y)^2 + 4(xy-x-y) + 3$ を因数分解せよ。

(ラ・サール高)

解 1

$$\begin{aligned}
 & a^4 + 6a^2b^2 + b^4 + 4a^3b + 4ab^3 \\
 &= a^4 + 2a^2b^2 + b^4 + 4a^3b + 4ab^3 + 4a^2b^2 \\
 &= (a^2 + b^2)^2 + 4ab(a^2 + b^2) + 4(ab)^2 \\
 &= X^2 + 4YX + 4Y^2 \\
 &= (X + 2Y)^2 \\
 &= (a^2 + b^2 + 2ab)^2 \\
 &= \{(a+b)^2\}^2 \\
 &= (a+b)^4
 \end{aligned}$$

$6a^2b^2 = 2a^2b^2 + 4a^2b^2$ と考え 6 項式にする
 「塾技 37 2 解法 1」の利用
 $a^2 + b^2 = X, ab = Y$ とおく
 乗法公式の利用
 X, Y をもとにもどす
 ()の中をさらに因数分解

答 $(a+b)^4$

解 2

$$\begin{aligned}
 & x(x+5y) + 2y(y-2-x) - 2x \\
 &= x^2 + 3xy + 2y^2 - 2x - 4y \\
 &= (x+2y)(x+y) - 2(x+2y) \\
 &= (x+2y)(x+y-2)
 \end{aligned}$$

展開して整理する
 「塾技 37 1」の利用
 共通因数 $x+2y$ をくくり出す

答 $(x+2y)(x+y-2)$

解 3

$$\begin{aligned}
 & (x-y)^2 + 4(xy-x-y) + 3 \\
 &= x^2 + 2xy + y^2 - 4x - 4y + 3 \\
 &= (x+y)^2 - 4(x+y) + 3 \\
 &= A^2 - 4A + 3 \\
 &= (A-1)(A-3) \\
 &= (x+y-1)(x+y-3)
 \end{aligned}$$

展開して整理する
 「塾技 37 2 解法 1」の利用
 $x+y = A$ とおく
 乗法公式の利用
 A をもとにもどす

答 $(x+y-1)(x+y-3)$