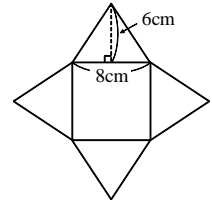


## 塾技 79 正多角錐

### 問題 1 (難易度 A)

右の図は、正四角錐の展開図である。この展開図を組み立ててできる正四角錐の体積を求めなさい。

(青森県)

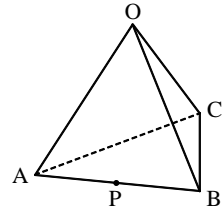


### 問題 2 (難易度 B)

右の図のように、1 辺の長さが 4 cm の正四面体 OABC において、辺 AB の中点を P とするとき、次の各問いに答えなさい。

- (1) OP の長さを求めなさい。
- (2) 点 O と直線 PC との距離を求めなさい。
- (3) 四面体 OPCA の体積を求めなさい。

(鳥取県改題)



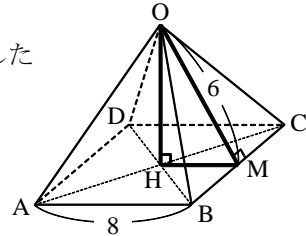
### 解 1

与えられた正四角錐の見取図は、右の図のようになる。

正四角錐を O-ABCD, BC の中点を M, O から底面に下ろした垂線の足を H とし,  $\triangle OHM$  に三平方の定理を用いて,

$$OH = \sqrt{OM^2 - HM^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{求める体積} = 8 \times 8 \times 2\sqrt{5} \times \frac{1}{3} = \frac{128}{3}\sqrt{5}(\text{cm}^3) \quad \leftarrow \text{答}$$



### 解 2

(1)  $\triangle OAP$  は,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  の直角三角形となるので,

$$AP = \frac{1}{2}OA = 2, \quad OP = \sqrt{3}AP = 2\sqrt{3}(\text{cm}) \quad \leftarrow \text{答}$$

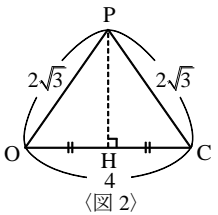
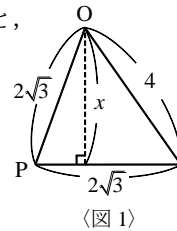
(2) 求める距離を  $x$  とおくと,  $x$  は図 1 のように  $\triangle OPC$  で底辺を PC としたときの高さとなる。ここで  $\triangle OPC$  は,  $OP = OC = 2\sqrt{3}$  の二等辺三角形となるので, 図 2 のように P から OC に垂線 OH を下ろし,  $\triangle POH$  に三平方の定理を用いると,

$$PH = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$\triangle OPC$  の面積を底辺と高さを変えて 2 通りで表すと,

$$2\sqrt{3} \times x \times \frac{1}{2} = 4 \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{3}x = 4\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad x = \frac{4\sqrt{6}}{3}(\text{cm}) \quad \leftarrow \text{答}$$



(3)  $\triangle PCA = \frac{1}{2}\triangle ABC$  より, 四面体 OPCA の体積は, 正四面体 OABC の体積の  $\frac{1}{2}$  となる。

$$\text{四面体 OPCA} = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 4^3 \times \frac{1}{2} = \frac{8\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3) \quad \leftarrow \text{答}$$

正四面体 OABC  
(塾技 80 (2))