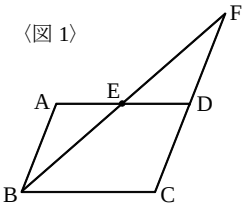
塾技 57　連比の求め方

問題（難易度 B）

右の図 1 で，四角形 ABCD は平行四辺形である。点 E は平行四辺形 ABCD の辺 AD 上にある点で，頂点 A，D のいずれにも一致しない。頂点 B と点 E を結ぶ。線分 BE を E の方向にのばした直線と，線分 CD を D の方向にのばした直線との交点を F とする。次の（1），（2）に答えよ。

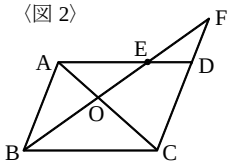
〈図 1〉



（1）頂点 A と点 F，頂点 B と頂点 D を結ぶことを考える。
AE：ED = 1：1 のとき，AF = BD であることを証明せよ。

（2）右の図 2 は，図 1 において，頂点 A と頂点 C を結ぶ線分 AC と線分 BF との交点を O とした場合を表している。AE：ED = 2：1 のとき，OE：EF をもっとも簡単な整数の比で表せ。

〈図 2〉



（都立西高校）

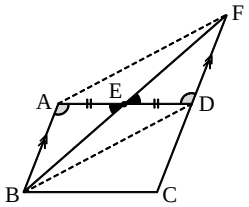
解

（1）［証明］△ABE と△DFE において，

AE = DE（仮定）…①

∠AEB =∠DEF（対頂角）…②

∠BAE =∠FDE（平行線の錯角）…③



①，②，③より，1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△ABE≡△DFE　　よって，BE = FE …④

①，④より，対角線がそれぞれの中点で交わるので，

四角形 ABDF は平行四辺形となる。平行四辺形の対辺は等しいので，AF = BD である。（証明終わり）

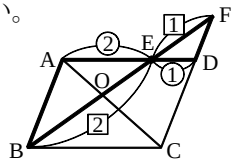
（2）「塾技 57」より，BO：OE：EF を求めればよい。

図 I より，△ABE∽△DFE なので，

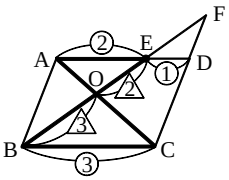
BE：FE = AE：DE = 2：1 …①

図 II より，△OBC∽△OEA なので，

BO：EO = BC：EA = 3：2 …②

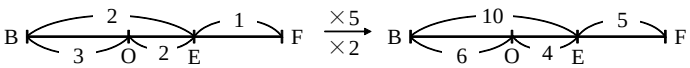


〈図 I〉



〈図 II〉

①，②より，共通な線分 BE に着目して連比を求めると，



右側の線分図より，OE：EF = **4：5**　答