

塾技 35 因数分解の応用 (1)

問題 1 (難易度 A)

$x^2y - 7xy^2 - 18y^3$ を因数分解しなさい。 (成城高)

問題 2 (難易度 A)

$9ab^2 - a$ を因数分解しなさい。 (神奈川県立横須賀高)

問題 3 (難易度 A~B)

$(2x+1)(2x-3) + 3x(x+1) + x - 25$ を因数分解しなさい。 (東京工業大附科学技術高)

問題 4 (難易度 B)

$(x-1)^2 - 10(x-1) - 24$ を因数分解しなさい。 (神奈川県立柏陽高)

問題 5 (難易度 C)

$x^2(x+2)^2 + x(x+2) - 12$ を因数分解しなさい。 (愛光高)

以下「塾技 35」因数分解の手順①~④に従って因数分解を行う。

解 1

$$\begin{aligned} x^2y - 7xy^2 - 18y^3 \\ = y(x^2 - 7xy - 18y^2) \\ = y(x-9y)(x+2y) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{共通因数 } y \text{ をくくり出す} \\ \text{乗法公式の利用} \end{array} \right\}$$

答 $y(x-9y)(x+2y)$

解 2

$$\begin{aligned} 9ab^2 - a \\ = a(9b^2 - 1) \\ = a(3b+1)(3b-1) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{共通因数 } a \text{ をくくり出す} \\ \text{乗法公式の利用} \end{array} \right\}$$

答 $a(3b+1)(3b-1)$

解 3 まずは与式を展開し、整理する。

$$\begin{aligned} (2x+1)(2x-3) + 3x(x+1) + x - 25 \\ = 4x^2 - 6x + 2x - 3 + 3x^2 + 3x + x - 25 \\ = 7x^2 - 28 \\ = 7(x^2 - 4) \\ = 7(x+2)(x-2) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{共通因数 } 7 \text{ をくくり出す} \\ \text{乗法公式の利用} \end{array} \right\}$$

答 $7(x+2)(x-2)$

解 4

$$\begin{aligned} (x-1)^2 - 10(x-1) - 24 \\ = A^2 - 10A - 24 \\ = (A-12)(A+2) \\ = (x-1-12)(x-1+2) \\ = (x-13)(x+1) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} x-1=A \text{ とおく} \\ \text{乗法公式の利用} \\ A \text{ をもとに戻す} \end{array} \right\}$$

答 $(x-13)(x+1)$

解 5

$$\begin{aligned} x^2(x+2)^2 + x(x+2) - 12 \\ = x^2A^2 + xA - 12 \\ = (xA)^2 + xA - 12 \\ = (xA-3)(xA+4) \\ = \{x(x+2)-3\} \{x(x+2)+4\} \\ = (x^2+2x-3)(x^2+2x+4) \\ = (x+3)(x-1)(x^2+2x+4) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} x+2=A \text{ とおく} \\ \text{乗法公式の利用} \\ A \text{ をもとに戻す} \\ \text{整理する} \\ () \text{の中をさらに} \\ \text{因数分解} \end{array} \right\}$$

答 $(x+3)(x-1)(x^2+2x+4)$