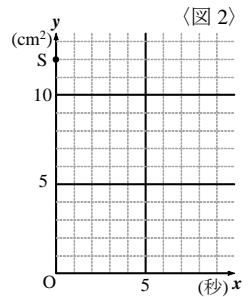
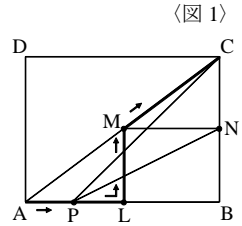


塾技 28 関数と動点

問題 (難易度 A~B)

右の図1のように、 $AB = 8\text{cm}$ 、 $BC = 6\text{cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。 $AC = 10\text{cm}$ で、 AC の中点を M とし、点 M から辺 AB 、 BC に垂線をひき、辺 AB 、 BC との交点をそれぞれ L 、 N とする。点 P は点 A を出発し、秒速 1cm で線分 AL 、 LM 、 MC 上を点 C まで動く。点 P が点 A を出発してから x 秒後の $\triangle PCN$ の面積を $y\text{cm}^2$ とする。図2は、 x と y の関係を表すための座標平面であり、点 S は $x=0$ のときの x と y の関係を表したものである。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。ただし、図2の O は原点とする。



- (1) 点 P が点 A を出発してから点 M に到達するまでの x と y の関係を表すグラフを、図2にかきなさい。
- (2) $\triangle PCN$ の面積が 4cm^2 になるのは何秒後か求めなさい。

(茨城県改題)

解 (1) 「塾技 28 (1)」より、カドで場合分けして考える。

(i) P が AL 上のとき ($0 \leq x \leq 4$)

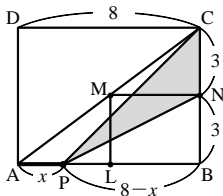
P は x 秒間で $x\text{cm}$ 動くので、

$$AP = x, \quad PB = AB - AP = 8 - x$$

$$y = CN \times PB \times \frac{1}{2}$$

$$= 3 \times (8 - x) \times \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 12$$



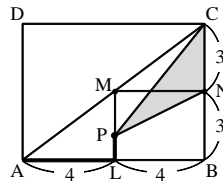
(ii) P が LM 上のとき ($4 \leq x \leq 7$)

y の値は P の位置に関係なく一定の値となる。

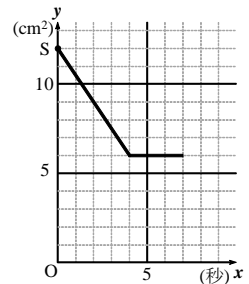
$$y = CN \times LB \times \frac{1}{2}$$

$$= 3 \times 4 \times \frac{1}{2}$$

$$= 6$$



答



(2) $\triangle PCN$ の面積が 4cm^2 となるのは、(1)のグラフより、 P が MC 上のときとわかる。

P が MC 上のときの x と y の関係式は、(1)のグラフの続きをかいて考えればよい。

$y=0$ となるのは、 P が点 C に到達するときとなるので、

$AL + LM + MC = 4 + 3 + 5 = 12$ より、12秒後。

右のグラフより、 $7 \leq x \leq 12$ のときの関係式は、 $y = ax + b$ に

$$(7, 6), (12, 0) \text{を代入して、} a = -\frac{6}{5}, \quad b = \frac{72}{5}$$

よって求める時間は、 $y = -\frac{6}{5}x + \frac{72}{5}$ に $y = 4$ を代入して、

$$4 = -\frac{6}{5}x + \frac{72}{5} \quad 20 = -6x + 72 \quad x = \frac{26}{3} \text{(秒後)} \quad \text{答}$$

