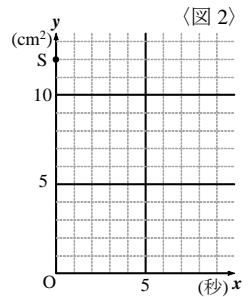
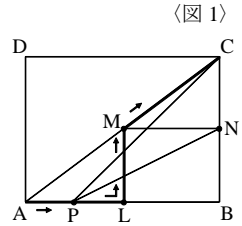


## 塾技 28 関数と動点

### 問題 (難易度 A~B)

右の図1のように、 $AB = 8\text{cm}$ 、 $BC = 6\text{cm}$ の長方形  $ABCD$  がある。 $AC = 10\text{cm}$  で、 $AC$  の中点を  $M$  とし、点  $M$  から辺  $AB$ 、 $BC$  に垂線をひき、辺  $AB$ 、 $BC$  との交点をそれぞれ  $L$ 、 $N$  とする。点  $P$  は点  $A$  を出発し、秒速  $1\text{cm}$  で線分  $AL$ 、 $LM$ 、 $MC$  上を点  $C$  まで動く。点  $P$  が点  $A$  を出発してから  $x$  秒後の  $\triangle PCN$  の面積を  $y\text{cm}^2$  とする。図2は、 $x$  と  $y$  の関係を表すための座標平面であり、点  $S$  は  $x=0$  のときの  $x$  と  $y$  の関係を表したものである。このとき、次の (1)、(2) の問いに答えなさい。ただし、図2の  $O$  は原点とする。



- (1) 点  $P$  が点  $A$  を出発してから点  $M$  に到達するまでの  $x$  と  $y$  の関係を表すグラフを、図2にかきなさい。
- (2)  $\triangle PCN$  の面積が  $4\text{cm}^2$  になるのは何秒後か求めなさい。

(茨城県改題)

**解** (1) 「塾技 28 (1)」より、カドで場合分けして考える。

(i)  $P$  が  $AL$  上のとき ( $0 \leq x \leq 4$ )

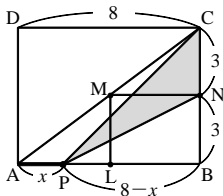
$P$  は  $x$  秒間で  $x\text{cm}$  動くので、

$$AP = x, \quad PB = AB - AP = 8 - x$$

$$y = CN \times PB \times \frac{1}{2}$$

$$= 3 \times (8 - x) \times \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 12$$



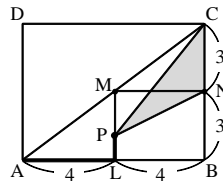
(ii)  $P$  が  $LM$  上のとき ( $4 \leq x \leq 7$ )

$y$  の値は  $P$  の位置に関係なく一定の値となる。

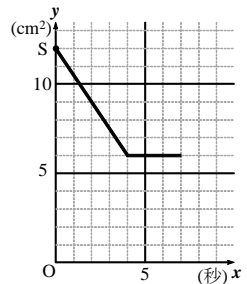
$$y = CN \times LB \times \frac{1}{2}$$

$$= 3 \times 4 \times \frac{1}{2}$$

$$= 6$$



**答**  $\Rightarrow$



(2)  $\triangle PCN$  の面積が  $4\text{cm}^2$  となるのは、(1) のグラフより、 $P$  が  $MC$  上のときとわかる。

$P$  が  $MC$  上のときの  $x$  と  $y$  の関係式は、(1) のグラフの続きをかいて考えればよい。

$y=0$  となるのは、 $P$  が点  $C$  に到達するときとなるので、

$AL + LM + MC = 4 + 3 + 5 = 12$  より、12 秒後。

右のグラフより、 $7 \leq x \leq 12$  のときの関係式は、 $y = ax + b$  に

$(7, 6)$ 、 $(12, 0)$  を代入して、 $a = -\frac{6}{5}$ 、 $b = \frac{72}{5}$

よって求める時間は、 $y = -\frac{6}{5}x + \frac{72}{5}$  に  $y = 4$  を代入して、

$$4 = -\frac{6}{5}x + \frac{72}{5} \quad 20 = -6x + 72 \quad x = \frac{26}{3} \text{ (秒後)} \quad \text{答}$$

