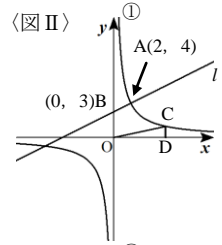
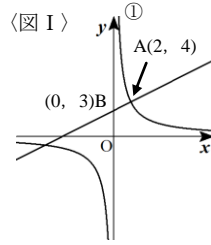


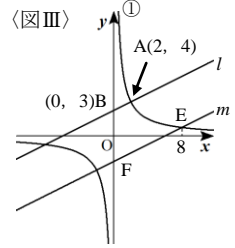
塾技 23 座標平面上の四角形 (3)

問題 (難易度 A~B)

図 I のように、関数 $y = \frac{a}{x}$ …①のグラフ上に点 A があり、この点 A を通る直線 l がある。直線 l は y 軸と点 B で交わる。また、点 A, B の座標は、それぞれ (2, 4), (0, 3) である。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) a の値を求めなさい。 (2) 直線 l の式を求めなさい。
 (3) 図 II は、図 I において、①のグラフ上に、 x 座標が正である点 C をとり、この点 C から x 軸に垂線をひいたものである。また、この垂線と x 軸との交点を D とする。このとき、 $\triangle COD$ の面積を求めなさい。



- (4) 図 III は、図 I において、①のグラフ上に、 x 座標が 8 である点 E をとり、この点 E を通り直線 l に平行な直線 m をひいたものである。また、直線 m と y 軸との交点を F とする。このとき、点 B を通り、四角形 BFEA の面積を 2 等分する直線と線分 EF との交点の座標を求めなさい。 (宮崎県)

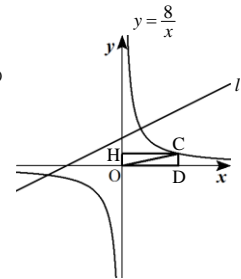
解

- (1) 「塾技 5 (2)」より、 $a = 2 \times 4 = 8$ ◀ 答
 (2) 直線 l は $B(0, 3)$ を通るので、 $y = ax + 3$ とおける。 $A(2, 4)$ を代入して、

$$4 = 2a + 3 \quad 2a = 1 \quad a = \frac{1}{2} \quad \text{◀ 答} \quad y = \frac{1}{2}x + 3$$

- (3) 右の図のように、長方形 ODCH を作ると、「塾技 5」より、長方形の面積は比例定数と等しく 8 とわかる。よって求める面積は、

$$\triangle COD = \frac{1}{2} \times (\text{長方形 ODCH}) = 4 \quad \text{◀ 答}$$



- (4) 直線 $l \parallel m$ より、四角形 BFEA は台形とわかる
 まず直線 m の式を求める。「塾技 15 2 (i) (1)」より、直線 m は、 $y = \frac{1}{2}x + b$ とおける。 $E(8, 1)$ を代入して、

$$1 = \frac{1}{2} \times 8 + b \quad 1 = 4 + b \quad b = -3 \text{ より、} y = \frac{1}{2}x - 3$$

よって、F の座標は、 $F(0, -3)$ と求まる。

「塾技 23」より、台形 BFEA の面積を 2 等分する直線は、線分 AB の中点 (M とする) と線分 EF の中点 (N とする) を結んだ線分の中点を必ず通る。

$$\begin{aligned} M\left(\frac{0+2}{2}, \frac{3+4}{2}\right) &= \left(1, \frac{7}{2}\right) \\ N\left(\frac{0+8}{2}, \frac{-3+1}{2}\right) &= (4, -1) \end{aligned} \quad \text{中点} \left(\frac{1+4}{2}, \frac{\frac{7}{2}-1}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{4}\right)$$

点 B を通り、面積を 2 等分する直線の式を n とすると、 n は $y = ax + 3$ に $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{4}\right)$ を代入して、

$$\frac{5}{4} = \frac{5}{2}a + 3 \quad 5 = 10a + 12 \quad a = -\frac{7}{10} \text{ より、} y = -\frac{7}{10}x + 3$$

以上より、求める交点の座標は、直線 m と直線 n を連立して、

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 3 \\ y = -\frac{7}{10}x + 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{代入法}} \begin{cases} \frac{1}{2}x - 3 = -\frac{7}{10}x + 3 \\ 5x - 30 = -7x + 30 \end{cases}$$

$$x = 5 \quad y = \frac{5}{2} - 3 = -\frac{1}{2} \quad \text{◀ 答} \quad \left(5, -\frac{1}{2}\right)$$