

塾技 4 様々な比例の表現

問題 1 (難易度 A~B)

$y-1$ は $x+2$ に比例し、 $x=2$ のとき、 $y=-1$ となる。 $y=4$ となるときの x の値を求めよ。
(東邦大付東邦高)

問題 2 (難易度 B~C)

$y+3$ は x^2 に比例する数と x に比例する数との和である。 $x=1$ のとき $y=0$ 、 $x=2$ のとき $y=5$ である。 $x=3$ のときの y の値を求めよ。
(立教新座高)

解 1

$y-1$ は $x+2$ に比例するので、「塾技 4 (4)」より、

$$y-1 = a(x+2) \quad \cdots \textcircled{1}$$

とおける。①に、 $x=2$ 、 $y=-1$ を代入して、

$$-1-1 = a(2+2) \rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

よって①は、 $y-1 = -\frac{1}{2}(x+2)$ となる。 $y=4$ を代入して、

$$4-1 = -\frac{1}{2}(x+2)$$

$$3 = -\frac{1}{2}(x+2)$$

$$6 = -(x+2) \quad 6 = -x-2 \quad x = -8 \quad \leftarrow \text{答}$$

解 2

$y+3$ は x^2 に比例する数と x に比例する数との和なので、「塾技 4 (1)、(3)」より、

$$y+3 = \frac{ax^2}{x^2 \text{に比例}} + \frac{bx}{x \text{に比例}} \quad (a, b \text{ は比例定数}) \quad \cdots \textcircled{1}$$

とおける。①に、 $x=1$ 、 $y=0$ を代入して、

$$0+3 = a+b \quad a+b = 3 \quad \cdots \textcircled{2}$$

同様に、①に、 $x=2$ 、 $y=5$ を代入して、

$$5+3 = 4a+2b \quad 4a+2b = 8 \quad \cdots \textcircled{3}$$

②と③を連立すると、 $a=1$ 、 $b=2$ とわかるので、①は、

$$y+3 = x^2 + 2x \quad \cdots \textcircled{4}$$

④に $x=3$ を代入して、

$$y+3 = 9+6 \quad y+3 = 15 \quad y = 12 \quad \leftarrow \text{答}$$