

【要点】③2次方程式の解き方 (3)

(1) 平方完成による解き方

2次方程式 $x^2 + px + q = 0$ で、左辺が因数分解できなくても、 $()^2 = \boxed{\text{定数}}$ の形に式変形する(平方完成するという)ことで、方程式を解くことができる。通常、平方完成は、問題で指定されたときだけ用いる。

<平方完成の手順>

- ① x^2 の係数が1でないときは、両辺を x^2 の係数で割り、 $x^2 + px + q = 0$ の形に整理する。
- ② 定数項を右辺に移項する。
- ③ 両辺に x の係数の半分の2乗を加える。
- ④ 左辺を $()^2$ の形に因数分解し、右辺は計算する。
- ⑤ 平方根の考え方を利用して解く。

[例] $x^2 - 6x + 3 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 3 &= 0 && \text{定数項3を右辺に移項} \\ x^2 - 6x &= -3 \\ x^2 - 6x + 3^2 &= -3 + 3^2 && \text{両辺に } x \text{ の係数の半分の2乗}(3^2) \text{を加える} \\ (x-3)^2 &= 6 && \text{左辺を}()^2 \text{の形にし、右辺は計算する。} \\ x-3 &= \pm\sqrt{6} && \text{平方根の考え方を利用して解く} \\ x &= 3 \pm \sqrt{6} \end{aligned}$$

(2) 解の公式による解き方 … 全ての2次方程式はこれで解ける。

解の公式

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c は定数で $a \neq 0$) で、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ が成り立つ。}$$

[例] $x^2 - 6x + 3 = 0 \rightarrow a=1, b=-6, c=3$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1} \\ x &= \frac{6 \pm \sqrt{24}}{2} \\ x &= \frac{3 \pm 1 \cdot 2\sqrt{6}}{2} \\ x &= 3 \pm \sqrt{6} \end{aligned}$$