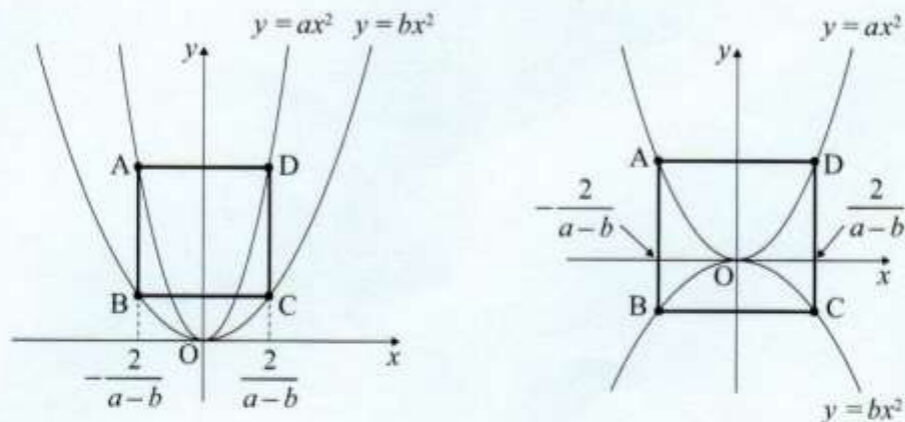


# 瞬解 14 2つの放物線と正方形

下の図で、四角形 ABCD が正方形となるとき、どちらも、

$$\text{点 C の } x \text{ 座標} = \text{点 D の } x \text{ 座標} = \frac{2}{a-b} \quad (a > b)$$

が成り立つ。



上の左側のグラフで、 $a=1, b=\frac{1}{4}$  の場合を考えてみましょう。いま、点 C の  $x$  座標を  $p$  とすると、C の座標は  $(p, \frac{1}{4}p^2)$ 、D の座標は  $(p, p^2)$  とおけますね。

ではこのとき、AD および CD の長さを  $p$  を用いて表すとどうなりますか？

点 A の  $x$  座標は  $-p$  だから、 $AD = p - (-p) = 2p$ 、 $CD = p^2 - \frac{1}{4}p^2 = \frac{3}{4}p^2$

正解！ それでは次に、四角形 ABCD が正方形となるとき  $p$  の値を求めてみましょう。ある 2 次方程式を解くことになりませんが、わかりますか？

正方形は縦と横の長さが等しいので、 $\frac{3}{4}p^2 = 2p$  が成り立つと思います。

その通りです。両辺を 4 倍して、 $3p^2 = 8p$  より、 $3p^2 - 8p = 0$   $p(3p - 8) = 0$   
 $p \neq 0$  より、 $p = \frac{8}{3}$  とわかります。

これを瞬解で求めると、 $p = 2 + \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 2 + \frac{3}{4} = 2 \times \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$  とまさに一瞬です！

すごい！ ほんとに一瞬だ。

ただし、公立高校の入試では、このタイプの問題は考え方を書かせることが多いですから、瞬解が成り立つ理由をしっかりと身につけましょう。

## 瞬解 14 が成り立つ理由

左ページの図で点 C の  $x$  座標を  $p$  ( $p > 0$ ) とすると、 $C(p, bp^2)$ 、 $D(p, ap^2)$  となる。

このとき、 $AD = p - (-p) = 2p$ 、 $CD = ap^2 - bp^2$  となり、四角形 ABCD が正方形となることより、 $CD = AD$  が成り立つので、 $ap^2 - bp^2 = 2p$  となる。両辺を  $p$  で割って、 $ap - bp = 2$

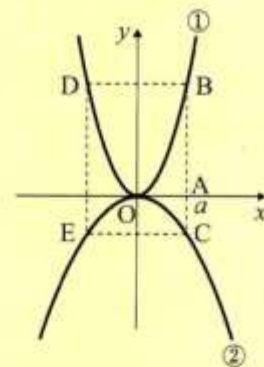
$p(a - b) = 2$  となるので、 $p = \frac{2}{a - b}$  が成り立つ。

## 瞬解チェック問題

問題 右の図のように、関数  $y = x^2$  のグラフ…①  
 と関数  $y = -\frac{1}{3}x^2$  のグラフ…②

がある。  $x$  座標が  $a$  である点 A を  $x$  軸上にとり、点 A を通り、 $x$  軸に垂直な直線と①、②との交点をそれぞれ B、C とする。また、点 B、C と  $y$  軸について対称な点をそれぞれ D、E とする。四角形 BDEC が正方形になるとき、 $a$  の値を求めなさい。ただし、 $a > 0$  とする。

(富山県)



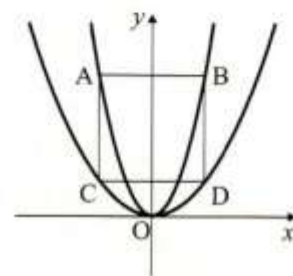
解 瞬解 14 より、 $a = 2 + \left\{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)\right\} = 2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$

## 入試問題にチャレンジ!

問題 関数  $y = 2x^2$ 、関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  のグラフ上に、4 点 A、B、C、D を

右図のようにとり、四角形 ABCD が正方形となるようにする。ただし、AB は  $x$  軸に平行である。座標軸の単位の長さを 1cm とするとき、正方形 ABCD の面積は、  $\text{cm}^2$  である。

(筑波大附高)

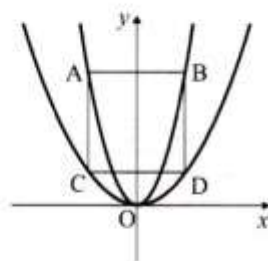




**問題** 関数  $y = 2x^2$ 、関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  のグラフ上に、4点 A, B, C, D を

右図のようにとり、四角形 ABCD が正方形となるようにする。ただし、AB は  $x$  軸に平行である。座標軸の単位の長さを 1cm とするとき、正方形 ABCD の面積は、  $\text{cm}^2$  である。

(筑波大附高)



### 瞬解を利用

**瞬解 14** より、点 D の  $x$  座標  $= \frac{2}{2 - \frac{1}{2}} = 2 + \frac{3}{2} = \frac{4}{3}$  とわかる。一方、点 C の  $x$  座標は  $-\frac{4}{3}$  となるので、

正方形の 1 辺  $= \frac{4}{3} - \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{8}{3}$  より、  $= \frac{64}{9}$  と求められる。

④  $\frac{64}{9}$

### 瞬解の利用なし

点 D の  $x$  座標を  $p$  とすると、 $D(p, \frac{1}{2}p^2)$ 、 $B(p, 2p^2)$ 、 $A(-p, 2p^2)$  となる。四角形 ABCD は正方形より、 $BD = AB$  が成り立つので、

$$2p^2 - \frac{1}{2}p^2 = p - (-p) \quad \frac{3}{2}p^2 = 2p \quad 3p^2 - 4p = 0 \quad p(3p - 4) = 0 \quad p = \frac{4}{3} \quad (p \neq 0)$$

よって、正方形の 1 辺  $= 2p = \frac{8}{3}$  より、  $= \frac{64}{9}$

④  $\frac{64}{9}$